AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZIRLİYİ
LƏNKƏRAN DÖVLƏT UNİVERSİTETİ

PROFESSOR NİHAN ƏLİYEVİN 80 İLLİK YUBİLEYİNƏ HƏSR OLUNMUŞ "RİYAZİYYAT ELMİNİN İNKİŞAFININ YENİ MƏRHƏLƏSİ" MÖVZUSUNDA UNİVERSİTET ELMİ KONFRANSININ MATERİALLARI

LƏNKƏRAN, 28 DEKABR 2018

80 illik yubiley

__ƏLİYEV NİHAN__ Əlipənah oğlu 1938-ci il dekabrın 22-də Bakı şəhərinin İkinci Zabrat qəsəbəsində dünyaya göz açmışdır. Ailədə 4 oğlan və 3 qız olmaqla 7 uşaq olublar. 1946-cı ildə həmin qəsəbədəki 75 saylı natamam (7 illik) orta məktəbə getmiş, daha sonra Birinci Zabrat qəsəbəsindəki 73 saylı orta məktəbdə təhsilini davam etdirmişdir.

1958-ci ildə S.M.Kirov adına Azərbaycan Dövlət Universitetinin Mexanika-riyaziyyat fakültəsinə qəbul olunub və 1963-cü ildə həmin fakültəni müvəffəqiyyətlə bitirmişdir. 1963-1966-cı illərdə ADU-da aspiranturada oxumuş, 1967-ci ildə Ukraynanın Lvov şəhərindəki İvan Franko adına Lvov Dövlət Universitetində "Xarakteristik tənliyinin kökü təkrarlanan olan adi xətti differensial tənliklər sisteminin həllinin asimptotik ifadəsi və ixtiyari matris funksiya üçün ayrılış düsturu" mövzusunda dissertasiya işini müdafiə edərək fizika-riyaziyyat elmləri namizədi elmi dərəcəsini almışdır. 1966-cı ildən başlayaraq ADU-nun "Riyazi fizika tənlikləri" kafedrasında, sonra isə "Tətbiqi riyaziyyat" kafedrasında çalışmışdır. 1993-2006-cı illərdə İran İslam Respublikasında əvvəlcə Təbriz şəhərində, sonra isə Tehran şəhərindəki universitetlərdə işləmişdir. Sonrakı fəaliyyəti yenə Bakı Dövlət Universiteti və Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu ilə bağlı olub. 2006-cı ildə BDU-nun "Tətbiqi analizin riyazi üsulları" kafedrasında dosent vəzifəsində işə başlamışdır. O, Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunda "Ümumi xətti sərhəd şərtli xüsusi törəməli differensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin həllinin araşdırılması" mövzusunda dissertasiya işini müdafiə edərək elmlər doktoru elmi dərəcəsini almışdır. 2015-ci-ildə professor elmi adı almış və hazırda kafedrada professor vəzifəsində çalışır.

Əsas elmi maraq dairəsi, xüsusi törəməli differensial tənliklər üçün qoyulmuş məsələlərin həllinin araşdırılmasıdır.

Onun rəhbərliyi altında, ölkədə elmlər namizədi adını almaq üçün 30-dan çox disertasiya işi müdafiə olunmuşdur. Hal-hazırda 7-8 doktorantı ilə intesiv olaraq işləyir və onlardan ikisi öz dissertasiya işlərini başa çatdırmaq üzrədirlər. Bununla yanaşı, İran İslam Respublikasından olan 5 nəfər doktorantdan 4-ü müdafiə etmiş, beşincisi isə müdafiə ərəfəsindədir. 300-dən çox elmi məqalənin və fars dilində bir kitabın müəllifidir (http//nihan.jsoft.ws).

Üç övladı var.

TƏŞKİLAT KOMİTƏSİ

Natiq İbrahimov	- Lənkəran Dövlət Universitetinin rektoru vəzifəsini icra edən, riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor (Sədr)
Ədalət Axundov	- AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun şöbə müdiri, professor
Mikayıl Məhərrəmov	- Lənkəran Dövlət Universitetinin rektorunun müşaviri, texnika elmləri doktoru, professor
İdrak Əsgərov	-Lənkəran Dövlət Universitetinin Tədrisin təşkili və təlim texnologiyaları üzrə prorektoru vəzifəsini icra edən, dosent
Nahid Paşayev	-Lənkəran Dövlət Universitetinin Riyaziyyat və informatika kafedrasının müdiri, dosent
Elvin Əliyev	- Lənkəran Dövlət Universitetinin Elm şöbəsinin müdiri, dosent
Ülkər Fərzəliyeva	- Məsul katib

PROQRAM KOMİTƏSİ

Natiq İbrahimov	- Lənkəran Dövlət Universiteti, professor (Sədr)
Məhəmməd Mehdiyev	- Bakı Dövlət Universiteti, akademik
Fikrət Əliyev	- Bakı Dövlət Universiteti, akademik
Mohammad Jahanshahi	- Azerbaijan Shahid Madani University, professor
Hidayət Hüseynov	- Bakı Dövlət Universiteti, professor
Ədalət Axundov	- AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu, professor
İdrak Əsgərov	- Lənkəran Dövlət Universiteti, dosent
Nahid Paşayev	- Lənkəran Dövlət Universiteti, dosent (Məsul katib)

MÜNDƏRİCAT

Abdullayeva Aydan,
magistrant
AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu
aydan_abdullayeva_96@mail.ru

Zəif parabolik tənliklər sistemi üçün bir tərs məsələ haqqında

İşdə "zəif" parabolic tənliklər sistemində zaman dəyişənindən asılı sağ tərəflərin tapılması haqqında tərs məsələnin sonlu-fərqlər üsulu ilə təqribi həllinin yığılması araşdırılır.
$\{u_k(t), f_k(t), k = \overline{1,m}\}$ funksiyalar cütlərinin tapılması haqqında aşağıdakı tərs məsələyə baxılır:

$$u_{kt} - u_{kxx} = f_k(t) g_k(x,t), \qquad (x,t)\epsilon D = (0,l) \times (0,T] \tag{1}$$
$$u_k(x,0) = \varphi_k(x), x\epsilon[0,l] \tag{2}$$
$$u_k(0,t) = \psi_k\big(t, \bar{u}_k(0,t)\big),\ u_k(l,t) = \phi_k\big(t, \bar{u}_k(l,t)\big), t\epsilon[0,T] \tag{3}$$
$$\int_0^l u_k(x,t)dx = r_k(t), t\epsilon[0,T] \tag{4}$$

burada, $g_k(x,t), \varphi_k(x), \psi_k(t,\bar{u}_k), \phi_k(t,\bar{u}_k), r_k(t), k = \overline{1,m}$ müəyyən hamarlıq şərtlərinə malik verilmiş funksiyalardır, $\overline{u_k} = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_m), T > 0.$
Misallarla göstərmək olarki, (1)-(4) Adamar mənada qeyri-korrekt məsələdir. Qoyuluşu baxımdan (1)-(4)-ə yaxın olan məsələlərin Tixonov mənada korrektliyi [1] və bir sıra başqa işlərdə araşdırılmışdır.
Əgər (1)-(4) məsələsinin $u_k(k,t)\epsilon C^{2,1}(\overline{D}),\ f_k(t)\epsilon C[0,T], k = \overline{1,m}$ klassik həlli varsa, onda göstərmək olar ki, (1)-(4) məsələsi (1)-(3) və

$$f_k(t) = [r_{kt}(t) - u_{kx}(l,t) + u_{kx}(0,t)]/q_k(t), q_k(t) = \int_0^l g_k(x,t)dx \tag{5}$$

məsələsinə ekvivalentdir.

(1)-(3), (5) məsələsinin diskret analoqunu ikitəbəqəli sonlu-fərqlər sxemini tətbiq etməklə aşağıdakı şəkildə yaza bilərik [2]:

$$\frac{u_k^{i,j+1} - u_k^{i,j}}{\tau} - \sigma\frac{u_k^{i+1,j+1} - 2u_k^{i,j+1} + u_k^{i-1,j+1}}{h^2} - (1-\sigma)\frac{u_k^{i+1,j} - 2u_k^{i,j} + u_k^{i-1,j}}{h^2} = f_k^j g_k^{i,j} \tag{6}$$
$$u_k^{i,0} = \varphi_k^i, i = \overline{0,n} \tag{7}$$
$$u_k^{0,j+1} = \psi_k((j+1)\tau, \overline{u_k^{0,j}}),\ u_k^{n,j+1} = \phi_k((j+1)\tau, \overline{u_k^{n,j}}, j = \overline{0,p} \tag{8}$$
$$f_k^{j+1} = \left[\frac{r_k^{j+1} - r_k^j}{\tau} - \frac{u_k^{n,j+1} - u_k^{n-1,j+1}}{h} + \frac{u_k^{1,j+1} - u_k^{0,j+1}}{h}\right]\Big/ q_k^{j+1} \tag{9}$$

burada, $h = \frac{l}{n}, \tau = \frac{T}{p}, v_k^{i,j} = v_k(ih, j\tau). u_k^{i,j}\ i = \overline{0,n}, j = \overline{0,p}.$

f_k^j-lərin $j = \overline{1,p}$ tapılması (6), (7), (8), (9) münasibətlərindən aşağıdakı sxem üzrə aparılır: f_k^0 seçilməklə (6), (7), (8) münasibətlərindən $j = 0$ olduqda $u_k^{i,1}$ tapılır və bu qiymətlərin köməyilə (9)-dan f_k^1 təyin edilir. Tapılmış f_k^1 -ləri (6)-da ($j = 1$ olduqda) yerinə yazıb, (6), (7), (8) münasibətlərindən $u_k^{i,2}$-lər təyin olunur və sairə. Qeyd etmək lazımdır ki, hər bir $j = 1,2,\dots,p$ üçün (6), (7), (8)-dən $u_k^{i,j}$-ların tapılması "düz" məsələdir. (6)-(9) çəkili fərqlər sxeminin (1)-(4) məsələsinin dəqiq həllinə yığılması araşdırılmış və yığılma sürəti qiymətləndirilmişdir.

Aliyev Jasarat,
candidate of physico-mathematical sciences
Shemakha Astrophysical Observatory
jascience@yahoo.com

Self-consistent model of perturbation and linear self-stabilization

1. INTRODUCTION

The response, at present, to the question whether a gravitational instability exists at wavenumber interval$k \in [k_J, \infty)$ is not affirmative. Note, that in the classical theory the wavenumber interval is $k \in (0, k_J]$,and for this reason the instability is called as long-wavelength. For such k the (relative) energy intervalis $E \in [0, -\Omega^2]$. And the question arises naturally: whether will be an instability in the energy interval

$E \in [-\Omega^2, -\infty)$occurs? It is clear that at such negative energies if instability arises it will be short-wavelength. And, whether unless it is logical to think, that an emergence of dense objects are connectedto the high-energy ($|E| > |E_c|$) perturbations while the low-energy ($|E| \leq |E_c|$) perturbations give rise toan origin of rarefied objects, where E_c is some critical energy. Comes up other question: whether will thisinstability, of course if it will exist, of the Jeans' instability kind of or both make up a subclass in theinstabilities of density perturbation, which allow a more general classification?

The classical analytical theory of the perturbation of self-gravitating homogeneous gas within the frame-work of Jeans statement though reveals so-called Jeans instability, however cannot completely describe thephysics and consequences of instabilities, altogether, formations of the dense structures.

In spite of the fact that during the past several decades a lot of researches are devoted to the Jeans instabilityboth from the points of view of the mathematical methods and the physical complexities (see, e.g., Larson2003, Mac Low &Klessen 2004 and references therein), we again address to the classical gravitationalinstability to show that it contains information more than which up to now have been exhausted.

Our purpose in this note is to reveal a new quality of the gravitational instability on a simple example ofthe perfect self-gravitating gas.

2. THE EQUATION FOR DENSITY DISTRIBUTION

This paper is the generalization of investigations (Aliyev 2000, 2002a,b, 2010a,b), in which the stabilityof self-gravitating gas is studied. Dimensionless density reads

$$-\psi''_{\tau,\tau} + (1+\beta^2)\psi''_{r,r} - \frac{(1+\beta^2)}{\psi}\psi'^2_r + \frac{\beta}{\psi}\psi'_r\psi'_\tau + 2\psi^2 = 0 \qquad (1)$$

General solution to Eq. (1) with arbitrary α and φ is the well-known function:

$$\psi(r, \tau) = \pm\frac{\alpha^2}{cosh\,(\alpha\,(r-\beta\tau) + \varphi)^2}\,. \qquad (2)$$

In particularly, $\alpha^2 = \psi_0$, were $\psi_0 = \rho_c/\rho_0$, and ρ_c is the central density. If to return to the variables (x, t) then Eq. (2) may be written as,

$$\psi(x,t) = \pm\psi_0/cosh\,(\sqrt{\psi_0}k_J(x - vt)/\sqrt{2} + \varphi)^2.$$

The solution of such kind is called the solitary wave. It is accepted to call stable solitary wave a soliton.

3. LINEAR PERTURBATION

We should first determine what perturbation we want to learn. Indeed, the perturbation equation canhave the various solutions depending on initial and/or boundary values which are given. We restrict ourconsideration to investigate the perturbations with spatially bounded initial distributions which arise asfluctuations under influence of the internal or external sources. Thus, we exclude to consider the spatiallyunbounded perturbation which has the origin thanks to the initial value.

Consider a case when self-action is taken into account. Then, it can be shown that eigenvalues of theproblem, ω, are diskret and real:

$$\omega^2 = l^2 - m^2, (3)$$

where l and m are integer. Because of $m \leq l$the ω has the real value and therefore any solution is stable.It means that self-action suppresses the instability.

4. ONE-DIMENSIONAL UNIVERSE OF RECEDING SOLITONS

If to assume that there is a nonlinear self-organization of the gas cloud and the velocity field is determinedas $\upsilon = \omega/k$, then by using the formula (3) we can represent a one-dimensional universe with solitonsreceding in two directions with dimensionless velocities $\upsilon_l^m = \pm\sqrt{l^2 - m^2}, k = 1$. Such a universe will becharacterized by a discrete distribution of the velocity field (or of the redshift which is proportional tovelocity): any pair of l and m with $|m| \in (0, l)$ will define a cluster of solitons.

5. CONCLUSIONS

It has been established that the nonlinear organization of a gas cloud leads to the appearance of solitarywaves that are structured under perturbation:

1) short-wave instabilities are generated by central density perturbations leading to the birth of denseand compact macroparticles;
2) long-wave Jeans instability is generated by metric perturbation;
3) observable discrete distribution of galaxies and quasars on the redshift is qualitatively similar to thedistribution of receding solitons, which are solutions of a one-dimensional nonlinear system of equationsdescribing the state of the self-organizing gaseous mass.

Aliyeva Sevinj,
candidate of technical sciences
Suleymanlı Ramazan,
bachelor student
Baku State University
ramazansuleymanli@gmail.com
orujeva@gmail.com

Risks from Artificial Intelligence

Artificial Intelligence (AI) or machine intelligence is intelligence which is demonstrated by machines. Nowadays the areas where AI is used are diverse and its increasingly complex algorithms influence our lives dramatically. Moreover, there are already some AI algorithms which surpass the capacities of human experts. As AI capacity improves, its application field will also grow. In the near future, it is predicted that some particular algorithms will start optimizing themselves and reaching a superhuman level of intelligence is a real possibility.

Although AI brings benefits to our society it is believed by a lot of experts AI is a real danger, which is comparable to nuclear technology. Furthermore, scientific risk analysis shows that even if the probability of high potential damages AI can create is low, it shouldn't be underestimated.

First of all, by replacing human subjects, AI leads to a serious problem - putting people out of work. The number of companies which use artificial intelligence in order to decrease the number of workers is constantly increasing. So it reduces the chance of people to benefit from the different employment opportunities.

Another problem is that autonomous weapons are AI systems which are designed to kill people. So, if wrong persons gain access to these weapons, they will use them to produce mass casualties. In addition, an AI arms race is another problem which could lead to an AI war that also probably will result in mass casualties. In order to avoid being thwarted by the enemy, experts are designing these weapons in such a way that they are extremely difficult to turn off. As a result, humans can easily lose control of such a situation. Moreover, as levels of AI intelligence increase, this risk grows.

Although the AI is designed to do something good for people, it can do it through destructive ways. This problem can occur in case we misalign our goals with the AI's goals. For instance, AI can eliminate a big part of the world population in order to save the environment of our planet.

In this work, the most important risks which can happen due to the use of artificially intelligent systems are analyzed. In particular, the question if AI can decide to get rid of people and what can be reasons for that are considered carefully. Also since the possibility of AI having consciousness is another problem which can lead to further risks, this topic also is covered in this work.

Ayda-zadə Kamil,
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Nüsrətli Ləman,
doktorant
Bakı Dövlət Universiteti
leman.nusretli@code.edu.az
kamil_aydazade@rambler.ru

Mətnlərin müəlliflərinin kompüter tanınma sistemində istifadə olunan əlamətlərin təhlili

Məlum olduğu kimi, mətnlərin müəlliflərə görə təsnifatlandırılma kompüter sistemlərində vacib problemlərdən biri mətnlərin əlamətlərinintəyin edilməsidir. Mətnlərin müəlliflərinin tanınmasında nəticənin nə dərəcədə uğurlu olması əlamətlərin seçilməsinəəsaslanır. Məsələn, bəzi müəlliflər yazılarında eyni sözlərdən çox istifadə edir, bəziləri oxucuya sual verir və bəzi tədqiqatçılar əlamət kimi açar sözlərdən istifadə edirlər. Mətnləri sinifləndirmək və ya tiplərinə görə təsnif etmək üçün istifadə olunan əlamətlər ilə mətnin müəllifinin tanınması üçün işlədilən əlamətlər bir-birindən fərqli ola bilər.

Mətnin müəllifinin tanınması məsələsini formal olaraq aşağıdakı kimi təsvir etmək olar.

Baza verilənlərində n sayda müəllif və onların hər birini m_i sayda T_{ij}, j=1,.....,m_i, i=1,.....,n mətnləri yerləşdirilib. i-ci müəllifin bütün mətnlərinin çoxluğunu Z_i ilə işarə edək. Baxılan məsələ yeni daxil olan D mətninin n müəlliflərdən hansına aid olduğunu, başqa sözlə bu əsərin hansı Z_i sinfinə aid olduğunu müəyyənləşdirməkdən ibarətdir.

İşdə əsərlərin müəlliflərinin tanınması məqsədi ilə müxtəlif əlamətlərdən istifadə edilərək əlamətlər qruplarınınhansı daha effektiv olması araşdırılmışdır.

Eksperimental müqayisə aparmaq məqsədi ilə internetdən şərti adları A_1, A_2, A_3, A_4olan 4 müəllifin 50əsəri informasiya bazasına daxil edilmişdir. Hər müəllifin 2 ədəd kompüter sisteminəməlum olmayanəsəri daxil edilmiş və onların müəllifliyi gizlədilmişdir.

Öyrətmə məqsədi ilə A_1 müəllifinin 13, A_2 müəllifinin 11, A_3 müəllifinin 12, A_4 müəllifinin 14 əsəri götürülmüşdür. Əlamətlər seçildikdən sonra tanıma üçün dayaq vektorlar və neyron şəbəkəyanaşmalarından istifadə olunmuşdur.

Ədədi eksperimentlər nəticəsində müəyyən olunmuşdur ki, tanımaya təsir edəcək əlamətlərin seçilməsi çox böyük əhəmiyyət kəsb edir. Aparılan təcrübələr nəticəsində məlum olmuşdur ki, əsərlərin müəlliflərinin tanınması üçün əlamət kimi bir qrup yox, bir neçə qrup əlamətlərin qruplaşdırılaraq konbinasiya edilməsi daha məqsədəuyğundur.

Axundov Ədalət,
riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Vəliyev Həsən,
fizika riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Lənkəran Dövlət Universiteti
AzərbaycanTexniki Universiteti
adalatakhund@mail.ru

Dəyişən sərhədli oblastda bir tərs məsələnin təqribi həlli haqqında

İşdə parabolik tənlikdə naməlum sağ tərəfin tapılması haqqında tərs məsələnin təqribi həll olunması araşdırılır. Baxılan oblast dəyişən sərhədlidir, zamandan asılı naməlum əmsalın tapılması üçün verilən şərt lokal olmayan inteqral şəklindədir.
$\{u(x,t), f(t)\}$ cütlərinin tapılması haqqında məsələyə baxılır:

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=f(t)g(x), 0<x<\gamma(t), 0<t\le T \qquad (1)$$

$$u(x,0)=\varphi(x), 0\le x\le\gamma(0) \qquad (2)$$

$$u(0,t)=\psi_0(t), u(\gamma(t),t)=\psi_1(t), 0\le t\le T \qquad (3)$$

$$\int_0^{\gamma(t)} u(x,t)dx=r(t), 0\le t\le T \qquad (4)$$

burada, $g(x),\varphi(x),\psi_0(t),\psi_1(t),r(t),\gamma(t)$ −verilmiş tələb olunan hamarlıq şərtlərini ödəyən funksiyalardır, $|g(x)|\ge const>0,\ 0\le x\le\gamma(t), \gamma(t)\ge const>0{,}0\le t\le T.$

Dəyişən sərhədli oblastlarda parabolik tənliklər üçün tərs məsələlər nisbətən az öyrənilmişdir. [1] −də kvazixətti parabolik tənlik üçün əmsallı tərs məsələlər araşdırılmışdır.
(1) tənliyinin hər iki tərəfini $(0,\gamma(t))$ intervalında inteqrallamaqla $f(t)$ üçün alarıq:

$$f(t)=\left[\frac{dr(t)}{dt}-\frac{d\gamma(t)}{dt}u(\gamma(t),t)-\frac{\partial u(\gamma(t),t)}{\partial x}+\frac{\partial u(0,t)}{\partial x}\right]/q(t), q(t)=\int_0^{\gamma(t)} g(x)dx, \qquad (5)$$

Göstərmək olar ki, (1)-(4) və (1), (2), (3), (5) məsələləri ekvivalentdir.

(1), (2), (3), (5) məsələsinin təqribi həllini tapmaq üçün ikitəbəqəli, zamana nəzərən müntəzəm olmayan şəbəkə üzrə aparılan çəkili sonlu-fərqlər sxemindən istifadə edilir [2].
D_t oblastında zamana görə qeyri-müntəzəm şəbəkə aşağıdaki şəkildə qurulur:

$$\omega_{h\tau_j}=\omega_h\times\omega_{\tau_j}=\{x_i, x_{i+1}-x_i=h, h=\gamma(0)/n, i=\overline{0,n+p-1}\}\times$$
$$\times\{t_j, t_{j+1}-t_j=\tau_j, \tau_j=\gamma^{-1}(x_{n+j+1})-\gamma^{-1}(x_{n+j}), j=\overline{0,p-1}\}$$

(1), (2), (3), (5) məsələsinin $\omega_{h\tau_j}$ şəbəkəsində aproksimasiyasını çəkili sonlu-fərqlər sxemində yazaq:

$$\frac{u_{i,j+1}-u_{i,j}}{\tau_j}-\sigma\frac{u_{i+1,j+1}-2u_{i,j+1}+u_{i-1,j+1}}{h^2}-(1-\sigma)\frac{u_{i+1,j}-2u_{i,j}+u_{i-1,j}}{h^2}=$$
$$=f_jg_i, i=\overline{0,n+p-1}, j=\overline{0,p-1}, \qquad (6$$

$$u_{i,0}=\varphi_i, i=\overline{0,n};\ u_{0,j}=\psi_{0j}, u_{n+j,j}=\psi_{1j}, j=\overline{0,p-1} \qquad (7)$$

$$f_{j+1}=\left[\frac{r_{j+1}-r_j}{\tau_j}-\frac{u_{n+j,j+1}-u_{n-1+j,j+1}}{h}+\frac{u_{1,j+1}-u_{0,j+1}}{h}\right]/q_{j+1}, j=\overline{0,p-1} \qquad (8)$$

Qeyd edək ki, əvvəlcədən f_0 qiymətini seçməklə (6), (7) sxemi hər bir j=0,1,... üçün $u_{i,j}$ −lərin tapılmasından ibarət "düz" məsələyə çevrilir. Tapılmış $u_{i,j}$ −lər vasitəsilə (8) düsturundan təyin edilən f_{j+1} −lər isə alqoritmin növbəti addımını atmağa imkan verir.

(6), (7), (8)-dən tapılan təqribi həllin (1), (2), (3), (5) məsələsinin dəqiq həllinə yığılması araşdırılmış, yığılma sürəti qiymətləndirilmişdir.

Axundov Hikmət,
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Bakı Dövlət Universiteti
axund2005@rambler.ru

Qeyri–hamar analizin elementlərindən istifadə etməklə məhdudiyyət şərtlərinin araşdırılması

Xətti proqramlaşdırma məsələsinə baxaq

$$Z(x) = p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n \to \max(\min) \tag{1}$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le a_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le a_2 \\ \ldots \qquad \ldots. \qquad \ldots. \qquad \ldots. \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \le a_m \end{cases} \tag{2}$$

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ \ldots,\ x_n \ge 0, \tag{3}$$

Burada $p_j\,(j=\overline{1,n}),\ \ a_i\,(i=\overline{1,m}),\ a_{ij}\,(i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n})$ verilmiş sabit, $x_j\,(j=\overline{1,n})$ isə məchul kəmiyyətlərdir.

Bu məsələnin məhdudiyyət şərtləri həndəsi olaraq n-ölçülü oblast və ya qabarıq çoxluq əmələ gətırir. Məhdudiyyət şərtlərindəki bərabərsizliklərin əmələ gətirdiyi çoxluq iki qabarıq funksiyanın subdiferensialının fərqi kimi göstərilə bilər.

$$D = \underline{\partial} f_1(x) - \underline{\partial} f_2(x).$$

Əksinə iki funksiyanın subdiferensialının fərqi həndəsi olaraq n-ölçülü oblast və ya çoxbucaqlı əmələ gətirə bilər.

Bu həndəsi fiqur isə aşagıdakı şəkildə bir subxətti funksiya ilə xarakterizə olunur: [2]

$$R(x) = \max_{l \in \partial p}[l, x]$$

$$R(x+y) \le R(x) + R(y)$$

$$R(\lambda x) = \lambda R(x)$$

$$(x, y \in E^n,\ \lambda > 0).$$

Burada $\underline{\partial p}$ həmin alınmış həndəsi fiqurla üst-üstə düşür. Belə ki, bu funksiyanın qiymətlər çoxlugu qabarıq çoxlugun dayaq funksiyasının aldıgı qiymətlərdən təşkil olunur.

Məhdudiyyət şərtlərindəki hər bir bərabərsizlik müəyyən iqtisadi və ya fiziki prosesin göstəricisi ola bilər. Tək-tək bu bərabərsizlikləri araşdırmaqdansa bu bərabərsizliklərdən alınmış fiquru xarakterizə edən

funksiyanı araşdırmaq daha effektivdir.

Maraqlı cəhət ondan ibarətdir ki, alınmış bu həndəsi fiqur vasitəsilə həmin funksiya öz qradientlərinin aldıgı qiymətlərin köməyi ilə tamamilə bərpa oluna bilər. Funksiyanın qradienti oblastın və ya coxbucaqlının verilmiş istiqamətdə sərhəddində yeganə oldugu nöqtələrdədir.

Alınmış oblastları və ya coxbucaqlıları çoxluq kimi birləşdirmək və ya çıxmaq üçün bütün elementləri bir-bir toplamaq , çıxmaq lazım deyil.

Bu əməliyyat ancaq funksiyanın $\nabla R(x)$ qradiyentinə uygun gələn nöqtələri vasitəsilə yerinə yetirilir.

Bayramoğlu Məmməd,
fizika riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Bayramov Azad,
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Univesiteti
azadbay@gmail.com

Meyl edən arqumentli bir sərhəd məsələsinin məxsusi ədəd və məxsusi funksiyalarının asimptotikasına dair

Bu işdə $[0,\pi]$ aralığında

$$y''(x)+q_1(x)y(x-\Delta(x))+q_2(x)y(x)+\lambda y(x)=0, \qquad (1)$$

$$y'(0)+hy(0)=0, \qquad (2)$$

$$y'(\pi)+Hy(\pi)=0, \qquad (3)$$

məsələsinə baxılır.

Burada h, H ixtiyari həqiqi ədədlər, $A>0$ spektral parametrdir. $q_2(x)\equiv 0$ halı araşdırılmışdır.

$\omega(x,\lambda)$ (1) tənliyinin

$$\omega(0,\lambda)=1, \omega'(0,\lambda)=-h \qquad (4)$$

başlanğıc şərtlərini ödəyən həlli olsun. (1), (4) məsələsi

$$\omega(x,\lambda)=\cos sx-\frac{h}{s}\sin sx-$$

$$-\frac{1}{s}\int_0^x q_1(\tau)\sin s(x-\tau)\omega(\tau-\Delta(\tau),\lambda)d\tau-$$

$$-\frac{1}{s}\int_0^x q_2(\tau)\sin s(x-\tau)\omega(\tau,\lambda)d\tau \qquad (5)$$

inteqral tənliyə ekvivalent, burada $s=\sqrt{\lambda}$.

$\omega(x,\lambda)$ həlli (1) tənliyini və (2) şərtini ödəyir. $\omega(x,\lambda)$-i (3)-də nəzərə alsaq

$$H\omega(\pi,\lambda)+\omega'(\pi,\lambda)=0 \qquad (6)$$

xarakteristik tənliyini alarıq.

(5)-i x-ə görə diferensiallasaq

$$\omega'(x,\lambda)=-s\sin sx-h\cos sx-\int_0^x q_1(\tau)\cos s(x-\tau)\omega(\tau-\Delta(\tau),\lambda)d\tau-$$

$$-\int_0^x q_2(\tau)\cos s(x-\tau)\omega(\tau,\lambda)d\tau \qquad (7)$$

alarıq.

(5) və (7)-ni (6)-da nəzərə alsaq (1)-(3) məsələsinin məxsusi ədədləri üçün asimptotik ifadələr tapılır. Bu məxsusi ədədlər və (5) tənliyindən istifadə etməklə məxsusi funksiyalar üçün asimptotik ifadələr tapılır.

Bu deyilənləri nəzərə alaraq aşağıdakı teoremi isbat etmək olar.

Teorem. $q_1(x)$ və $q_2(x)$ funksiyaların məhdud törəməsi varsa və $\Delta''(x),\ \Delta'(x)\le 1$ və $\Delta(0)=0$ şərtləri ödənərsə (1)-(3) məsələsinin məxsusi ədəd və məxsusi funksiyaları üçün aşağıdakı asimptotik ifadələr doğrudur:

$$s_n = n+\frac{1}{\pi n}\left[H-h-B(\pi,n,\Delta(\tau))\right]+O\left(\frac{1}{n^2}\right),$$

$$y_n(x)=\cos nx\left[1+\frac{A(x,n,\Delta(\tau))}{n}\right]-$$

$$-\frac{\sin nx}{\pi n}\left[\left(H-h-B(\pi,n,\Delta(\tau))\right)x+\left(h+B(\pi,n,\Delta(\tau))\right)\pi\right]+O\left(\frac{1}{n^2}\right),$$

burada

$$A(x,s,\Delta(\tau))=\frac{1}{2}\int_0^x q_1(\tau)\sin\lambda\Delta(\tau)d\tau+\frac{1}{2}\int_0^x q_2(\tau)\sin\lambda\tau d\tau,$$

$$B(x,\lambda,\Delta(\tau))=\frac{1}{2}\int_0^x q_1(\tau)\cos\lambda\Delta(\tau)d\tau+\frac{1}{2}\int_0^x q_2(\tau)\cos\lambda\tau d\tau.$$

Bədəlov Yunis,
dosent, fizika-riyaziyyat elmləri namizədi
Əfəndiyev Qorxmaz,
texnika üzrə fəlsəfə doktoru
Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti
AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutu
yunisbedelov@mail.ru
g.afandiyev@mail.ru

Sözlərin hecalanaraq sətirdən sətrə keçirilməsinə statistik yanaşma

Sözlərin hissələrə bölünərək növbəti sətrə keçirilməsi əsasən nəşriyyat işi ilə bağlıdır. Belə ki, keçirməni yerinə yetirmədikdə sətrin daha çox hissəsi boş qalır. Belə hallara xüsusilə mətni sütunlarda yığarkən (məs.: qəzet forması) daha çox rast gəlinir. Sətrin "yarımçıq" dolması estetik cəhətdən zövqsüz görünməklə yanaşı, daha çox kağız sərfinə səbəb olur. Digər tərəfdən, məsələn, azyaşlı uşaqlar üçün nəşr olunan kitablarda keçirmədən istifadə olunmur.

Müxtəlif dillərdə sözlərin növbəti sətrə keçirilməsi (bundan sonra – keçirmə) qaydaları müxtəlifdir. Məsələn, ingilis dilində keçirmənin sözdəki mövqeyi lüğətlərdə göstərilir. Bəzi dillərdə keçirməni yerinə yetirmək üçün sözü istənilən formada bölmək olar. Çin, Koreya, Yapon, Esperanto dilləri bu qəbildəndir. Lakin əksər dillərdə keçirmə sözlərin hecalara və ya morfemlərə (kiçik dil vahidi) bölünməsi ilə yerinə yetirilir.

Keçirmənin mövqeyinin təyini keçirmə qaydalarının ən vacibi sayılır və bütün dilərdə göstərilir. Digər qaydalarda müəyyən fərqlər müşahidə olunur.

Keçirmə zamanı sözlərin bölünməsi qaydaları müxtəlifdir və hər bir dilin spesifik xüsusiyyətlərinə və nəşriyyat tələblərinə əsaslanır.

Azərbaycan dilində keçirmə sözərin hecalara bölünməsi ilə yerinə yetirilir.

Keçirmənin alqoritmini yaradarkən sözlərin hecalara bölünməsi və sətirdən sətrə keçirilməsi qaydalarını nəzərə almaq zəruridir. Müxtəlif müəlliflərin göstərdiyi ümumi qaydalar aşağıdakılardır:

1. Sözdə yanaşı gələn saitlərdən birincisi əvvəlki, ikincisi isə sonrakı hecada, olur. Məsələn, sa-at, şa-ir, mü-əl-lim və s.
2. Sözdə iki sait arasında bir samit gəlirsə, həmin samit ikinci saitə qoşulur: a-na, a-ta və s.

3. Sözdə iki sait arasında iki samit gələrsə, samitlərdən birincisi əvvəlki, ikincisi isə sonrakı hecada olur. Məsələn, alma, qar-ğa, qur-ğu, duy-ğu, Hin-dis-tan, proq-res və s. Bəzi alınma sözlərin tərkibində yanaşı işlənən qr samitləri orfoqrafiya qaydasına görə hecalar arasında bölünmür: foto-qraf, pro-qram, tele-qram və s.

4. Sözdə iki sait arasında iki samit gəldikdə və bu samitlərdən birincisi kar, ikincisi sonor olduqda samitlər saitlər arasında bərabər bölünmür. Bu zaman kar samit sonorla birlikdə ikinci saitin əmələ gətirdiyi hecaya qoşulur: hid-ro-plan, av-totrans və s.

5. Sözdə iki sait arasında üç samit olduqda birinci və ikinci samit əvvəlinci, üçüncü samit isə sonrakı qoşulur: alt-da, üst-də, gənc-lər, dinc-lik və s.

6. Bəzi sözlərdə iki sait arasında gələn üç samitdən birincisi əvvəlki hecaya, ikinci və üçüncüsü isə sonrakı hecaya qoşularaq hecalara bölünür: sen-tyabr, ak-tyor, konkret və s.

7. Sözdə iki sait arasında dörd samit olduqda samitlər hecalar üzrə aşağıdakı qaydalarda bölünür:

7.1. Sözün tərkibindəki yanaşı gələn dörd samitdən ikisi əvvəlinci, ikisi isə sonrakı hecaya qovuşur: abs-trakt, trans-krip-siya və s.

7.2. Üç yanaşı gələn samitlə bitən söz sonuna samitlə başlayan şəkilçi qoşulduqda üç yanaşı samit əvvəlki birinci hecanın tərkibində, dördüncü samit (yəni şəkilçinin tərkibindəki samit) ikinci hecanın tərkibində qalır: şvarts-dan, izoseyst-lər və s. Göründüyü kimi, burada sözün və şəkilçinin sərhədi sabit qalır.

Bu qaydalardan göründüyü kimi, yanaşı üç və dörd samit olan sözlərin hecalanmasında müəyyən istisna hallar yaranır. Fikrimizcə, bu istisnalara səbəb üç və daha çox yanaşı samitli sözlərin alınma sözlərlə əlaqəli olmasıdır. Belə halları araşdırmaq məqsədilə bizim tərəfimizdən Azərbaycan dilinin orfoqrafiya lüğətinin (2004) statistik təhlili aparılmışdır. Təhlilin nəticələri göstərir ki, Azərbaycan dilində dörd yanaşı samit olan 166, beş yanaşı samit olan 4 söz mövcuddur. Beş yanaşı samitli sözlər aşağıdakılardır:

- ✓ qolfstrim
- ✓ landsknext
- ✓ poststrukturalist
- ✓ poststrukturalizm

Dörd yanaşı samitli sözlərdən 26-sına (arntronqit, batterflyay, blitskriq, dekstrin, eksklüziv, endşpil, fokstrot, qreypfrut və s.) yalnız bir dəfə rast gəlinir. Digər 140 sözün bir hissəsi (87 söz) 21 alınma sözdən yaranan, digər hissəsi isə (53 söz) üç hərfli sözlərə müxtəlif şəkilçilərin birləşməsindən yaranan sözlər və ya iki sözdən yaranan mürəkkəb sözlərdir. Məsələn, abstraksiya, abstraksionizm, abstraktlaşdırma, abstraktlıq və digər bu kimi sözlər abstrakt sözündən, ekspressiv, ekspressionizm, və digərləri ekspress sözündən, konstruksiya, konstruktiv, konstruktor və digərləri konstrukt (ingiliscə: construct – qurmaq, tikmək) sözündən yaranmış sözlərdir. Altqrup, kontrqayka, kontrvariant, substrat, superstrat və digər bu kimi sözlər mürəkkəb, verstlik, slindirli, slindirvari, tembrli, orkestrlik, oleandrlıq, magistrlik, kalandrçı, filtrli kimi sözlər isə üç yanaşı samitli sözlərə bu və ya digər samitlə başlayan şəkilçinin əlavə edilməsindən düzəltmə sözlərdir.

Fikrimizcə, sub-strat, super-strat kimi mürəkkəb sözlərin hecalanmasında yuxarıda sadalanan qaydalarda göstərilməyən istisna hallar mövcuddur.

Əfəndiyeva Aytəkin,
iqtisad elmləri namizədi, dosent
Bakı Dövlət Universiteti
aytek@mail.ru

Paylanmış parametrli ekoloji sistemlər üçün idarəolunma əlaməti

Ekoloji proseslər paylanmış paraemtrli sistemlərlə daha dəqiq təsvir olunur. Elmin və texnikanın inkişafı ilə əlaqədar olaraq daha mürəkkəb proseslər üçün optimal idarəetmə məsələlərinə baxmaq zərurəti meydana çıxmışdır. Belə məsələlər istilikkeçirmə, qurutma, diffuziya, süzülmə, və digər təbii proseslər ilə əlaqədar olan idarəetmə məsələlərini öyrənərkən yaranır. Belə prosesləri öyrənərkən əsasən bir neçə faktları nəzərə almaq lazımdır. Bu faktlardan birincisi prosesi təsvir edən tənliklər sisteminə baxıb onun həlli məsələsini öyrənmək lazımdır. Məsələnin qoyuluşu ilə əlaqədar olaraq prosesi xarakterizə edən parametrləri yəni idarəedici funksiyaların sinifini müəyyənləşdirmək lazımdır. Bundan sonra məsələni xarakterizə edən kəmiyyət yəni hansı funksionala baxmağı müəyyənləşdirmək lazımdır.

Tutaq ki, idarəolunan proses

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t \partial s} + A(t,s)\frac{\partial z}{\partial t} + B(t,s)\frac{\partial z}{\partial s} + C(t,s)z = D(t,s)u(t,s), \quad (t,s)\in\Omega, \tag{1}$$

tənliyinin

$$\begin{cases} z\big|_{s=\mu(t)} = \varphi_0(t), \\ \dfrac{\partial z}{\partial s}\Big|_{s=\mu(t)} = \varphi_1(t), \qquad \alpha \le t \le \beta, \end{cases} \tag{2}$$

şərtlərini ödəyən həlli kimi təsvir olunur.

Burada $A(t,s), B(t,s), C(t,s) - n\times n$-ölçülü matrislər, $D(t,s) - n\times m$-ölçülü matris, $\varphi_0(t), \varphi_1(t) - n$-ölçülü sütun vektorlar, $u(t,s) - m$-ölçülü idarəedici sütun vektor funksiya, $s=\mu(t)$ törəməsi $\mu(t)<0$ olan funksiya, Ω isə ABC əyrixətli üçbucaq oblastdır. $A(\bar{t},\bar{s})$, nöqtəsi qeyd olunmuş, $B(\bar{t},\mu(\bar{t}))$ və $C(\mu^{-1}(\bar{s}),\bar{s})$ nöqtələri isə uyğun olaraq $t=\bar{t}, s=\bar{s}$ xarakteristikalarının $s=\mu(t)$ əyrisi ilə kəsişmə nöqtələridir. $\Omega(t,s)$-ilə MPQ-əyrixətli üçbucaq oblastı işarə edək. Burada $M(t,s)$ nöqtəsi Ω oblastında dəyişən ixtiyari nöqtədir. Mümkün idarəedici funksiyalar olaraq $u(t,s)\in L_p(\Omega)$ $(1<p<+\infty)$ funksiyalar çoxluğunu götürəcəyik.

(1)-(2) bərabərliklərini sanki hər yerdə ödəyən və Ω oblastın mütləq kəsilməz olan $z(t,s)$ funksiyasına (1)-(2) məsələsinin həlli deyilir.

Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:

a) $A(t,s), B(t,s), C(t,s)$ - matrislərinin elementləri istənilən $\Omega(t,s)\subset\Omega$ oblastında ölçülən və normaları Lebeq mənada inteqrallanandır.

b) $A(t,s)$ - matrisinin elementlərinin sanki bütün s dəyişənləri üçün t dəyişəninə görə, $B(t,s)$ - matrisinin elementlərinin isə sanki bütün t - dəyişənləri üçün s - dəyişəninə görə ümumiləşmiş törəmələri var.

c) $D(t,s)$ - matrisinin elementləri $L_q(\Omega)\left(\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}=1\right)$ sinifinə daxildir.

a) – c) şərtləri ödənilərsə, onda hər bir qeyd olunmuş $u(t,s)$ mümkün idarəedicisi üçün (1)-(2) məsələnin yeganə mütləq kəilməz həlli var.

Tutaq ki, (1) sistemi, $(t_1,s_1)\in\Omega$ nöqtəsi, $(\varphi_0(t),\varphi_1(t))$ - başlanğıc funksiyaları və $a\in R_n$ vektor verilmişdir. Elə mümkün $u(t,s)$ idarəedicisi tapmaq tələb olunur ki, bu idarəediciyə uyğun (1) sisteminin (2) başlanğıc şərtini ödəyən $z(t,s)$ həlli üçün

$$z(t,s)=a, \tag{3}$$

münasibəti ödənilsin.

Bu halda deyirlər ki, (1) sistemi $\Omega(t_1,s_1)$ oblastında idarəolunandır. Tutaq ki, mümkün $u(t,s)$ idarəedicisinə uyğun (1) sisteminin (2) başlanğıc şərtini ödəyən $z(t,s)$ həlli üçün (3) münasibəti ödənilir. Onda alarıq:

$$\iint\limits_{\Omega(t_1,s_1)} R(t_1,s_1,\tau,\sigma)D(\tau,\sigma)u(\tau,\sigma)d\tau d\sigma = b. \tag{4}$$

Burada

$$b = a - \varphi(t_1,s_1), \tag{5}$$

$\varphi(t_1,s_1)$ - başlanğıc funksiyalar və $R(t,s,t_1,s_1)$ matris funksiyasının köməyi ilə birqiymətli təyin edilən n - ölçülü vektordur.

İdarəolunma əlaməti: (1) sisteminin $\Omega(t_1,s_1)$ oblastında idarəolunan olması üçün zəruri və kafi şərt

$$M = \iint\limits_{\Omega(t_1,s_1)} R(t_1,s_1,\tau,\sigma)D(\tau,\sigma)D'(\tau,\sigma)R'(t_1,s_1,\tau,\sigma)d\tau d\sigma, \tag{6}$$

matrisinin cırlaşmayan olmasıdır. Burada (') – transponirə işarəsidir.

Növbəti mərhələ (1) sisteminin $\Omega(t_1,s_1)$ oblastında idarəolunan olması üçün zəruri və kafi şərt isbat olunur.

Əhmədov Saleh,
dosent, riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru
Abbasova Aygün,
dosent, fizika-riyaziyyat elmləri namizədi
Mehdiyev Abbas,
dosent, fizika-riyaziyyat elmləri namizədi
Bakı Dövlət Universiteti
salehmedov0@gmail.com
aygun_abbasova@bk.ru
abbasmehdiyev@mail.ru

Dəyişən əmsallı dördüncü tərtib tənliyin fundamental həllərinin asimptotikasının tapılması

İşdə λ-kompleks parametrdən asılı dördüncü tərtib aşağıdakı tənliyə baxılır

$$ip(x)y^{iv} + q(x)y'' = \lambda^4 y, \quad 0 < x < 1, \tag{1}$$

burada $p(x) > 0$ olmaqla həqiqiqiymətli funksiya, $q(x)$ isə kompleksqiymətli funksiyadır.

(1) tənliyinə uyğun Birkhof mənada xarakteristik tənliyin kökləri

$\omega_1(x) = \omega(x) = \dfrac{1}{\sqrt[4]{p(x)}}$; $\omega_2(x) = i\omega(x)$; $\omega_3(x) = -\omega(x)$; $\omega_4(x) = -i\omega(x)$ şəkildə tapılır.

Tənliyin fundamental həllərinin asimptotikasını tapmaq üçün λ-kompleks müstəvinin aşağıdakı qaydada səkkiz sektora bölək [2]

$$S_1 = \left\{\lambda : -\lambda_1 tg\frac{\pi}{8} < \lambda_2 < \lambda_1 tg\frac{\pi}{8}\right\},$$

$$S_2 = \left\{\lambda : \lambda_1 tg\frac{\pi}{8} < \lambda_2 < \lambda_1 tg\frac{3\pi}{8}\right\},$$

$$S_4 = \left\{\lambda : -\lambda_1 tg\frac{\pi}{8} < \lambda_2 < \lambda_1 tg\frac{5\pi}{8}\right\},$$

$$S_5 = \left\{ \lambda : \lambda_1 tg\frac{\pi}{8} < \lambda_2 < \lambda_1 tg\frac{7\pi}{8} \right\},$$
$$S_7 = \left\{ \lambda : \lambda_2 < -\lambda_1 tg\frac{5\pi}{8}; \lambda_2 < -\lambda_1 tg\frac{3\pi}{8} \right\},$$
$$S_8 = \left\{ \lambda : -\lambda_1 tg\frac{3\pi}{8} < \lambda_2 < -\lambda_1 tg\frac{\pi}{8} \right\}.$$

Bu sektorların hər birində tənliyin fundamental həllərinin asimptotikasını tapmaq məqsədi ilə aşağıdakı teorem isbat edilmişdir

TEOREM. $p(x)$ həqiqiqiymətli, $q(x)$ kompleksqiymətli funksiyalar olmaqla $p(x) \in C^1[0,1],\ q(x) \in C[0,1],\ p(x) > 0$ şərtləri ödənilir.Onda (1) tənliyinin fundamental həlləri aşağıdakı asimptoyikaya malikdir

$$\frac{d^s y_m(x,\lambda)}{dx^s} = \left[i^{m-1}\omega(x)\lambda\right]^s \omega^{-\frac{3}{2}}(x)\left[1 + \frac{1}{\lambda} i^{m-1}(g(x) + f_s(x)) + O(\frac{1}{\lambda^2})\right] \times$$
$$\times \exp\left[i^{m-1}\lambda\int_0^x \omega(\xi)d\xi\right] \qquad m = \overline{1,4};\ s = \overline{0,3};\ |\lambda| \to +\infty; \lambda \in s_n\ (n = \overline{1,8})$$
$$g(x) = \int_0^x \left[\frac{5}{8\omega^3(\xi)}\left(\frac{d\omega(\xi)}{d\xi}\right)^2 - \frac{1}{4}\frac{1}{\omega(\xi)}\frac{q(\xi)}{ip(\xi)}\right]d\xi$$
$$f_1(x) = 5f(x);\ f_2(x) = f_4(x) = -f(x);\ f_3(x) = -f(x);\ f(x) = \frac{1}{4\omega^2(x)}\frac{d\omega(x)}{dx}$$

Əliyev Ali,
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
Sevdimalıyev Yusif,
fizika-riyaziyyat elmlər namizədi, dosent
Baku State University
Mahmudzadə Təhminə,
magistrant
alialiev.b@gmail.com
yusifsev@mail.ru
tehminemahmudzade1996@gmail.com

Elastiki silindrik örtükdə mayedəki kiçik amplitudlu dalğaların yayılması haqqında

Elastiki nazikdivarlı, silindrik örtükdə ikifazalı, barotrop qabarcıqlı mayedəki kiçik amplitudlu dalğaların oxa simmetrik yayılmasına baxaq. Həyəcanlanmamış halda radiusu R, qalınlığı 2h olan dairəvi örtük qəbul edək. Oxa simmetrik hərəkətin (x,θ,r) silindrik koordinat sistemində təsvirində hidrodinamik parametrlər yalnız x və r koordinatlarının funksiyasıdır. Oxa simmetrik halda mayenin hidrodinamik təzyiqi altında örtüyün hərəkət tənliklərinin aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$\frac{1}{R^2}W + \frac{V}{R}\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{1-\nu^2}{2Eh}q\Big|_{r=R} + \frac{1-\nu^2}{E}\rho_*\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0, \qquad (1)$$
$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\nu}{R}\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{1-\nu^2}{E}\rho_*\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$$

Burada U(x,t) , W(x,t) - uyğun olaraq, oxboyu və radial yerdəyişmələrdir, ρ_*-örtüyün sıxlığı , E – elastiklik modulu , ν - Puasson əmsalıdır. Məsələnin tamlığı üçün örtüyün tənliklər sisteminə maye və örtüyün sərhəddindəki şərti də əlavə etmək lazımdır.

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial r}\Big| r = R$$

Axını potensiallı qəbul etdiyimiz üçün $\varphi(x, r, t)$ sürət potensialı :

$$\Delta\varphi = \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} \qquad (2)$$

Burada $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}$ – Laplas operatorudur. Furye metoduna əsasən , sürət potensialını

$$\varphi = \varphi_1(x) \cdot \varphi_2(r) \exp(i\omega t) \qquad (3)$$

şəklində axtarırıq. Nazikdivarlı örtüklərin klassik nəzəriyyəsi müstəvi kəsiklər postulatının ödəndiyi, eyni zamanda orta səthə normal olan gərginlikləri nəzərə almağa imkan verən Kirxhov – Lyav hipotezinə əsaslanır. Bu məsələ texnikanın bir çox sahələrində aktualdır. O cümlədən, aerodinamika, magistral boru kəmərlərinin istismarında bu tip məsələlərə rast gəlinir. Bütöv mühit mexanikasının tənliklərindən istifadə edərək, ayrı – ayrı qabarcıqlar üçün ifadələri yazıb,bütöv mühit qanunları çərçivəsində qabarcıqlı mayedə yayılan dalğaların yayılmasını öyrənmək mümkün olur.

Əliyev Cəsarət
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi,
AMEA, Şamaxı astrofizika rəsədxanası
jascience@yahoo.com

Bəzi ardıcıllıqların analizi üçün fərqli metod

1. Problemin qoyuluşu v əişlənmə yolu

Deyəkki, verilmiş $f(k, n) = 0$ şərtinə görə natural ədədlər çoxluğunda k, n ardıcıllıqlarının qurulması istənilir. İşin həll yolu belədir: öncə verilmiş şərtdən $n = F(k)$ tənliyi çıxarılır, $k \in N$ və k - ya qiymətlər verməklə alınan ardıcıllıqdan natural n - lər seçilir ($n \in N$), bununlada hər iki ardıcıllıq hesablanır. Deyəkki, $k,\ n$ ardıcıllıqlarının ümumi hədləri uyğun olaraq v_n, u_n- dir. Onda, k, n cütlüyünə uyğun olan $\{v_n, u_n\}_0^\infty$ ardıcıllıqları üçün,

$$u_0 = a_0, u_1 = a_1, u_2 = a_2, \dots ; v_0 = b_0, v_1 = b_1, v_2 = b_2, \dots \qquad (1)$$

tapılır. Sonra hər iki ardıcıllıq üçün rekurent formul

$$u_{n+1} + \alpha u_n + \beta u_{n+1} + \delta = 0\ , \qquad (2)$$

şəklində axtarılır. (1)-(2)–nin köməyi ilə qurulan cəbri tənliklər sistemi bəs edirki, hər iki ardıcıllıq üçün axtarılan α, β, δ tapılsın. Ümumi hədd üçün analitik ifadənin axtarılması həmişə çətin bir iş bilinib. Bu yazıda, indiyə kimi edilmişlərdən əsas fərq odur ki, sürüşmə operatorunun köməyi ilə rekurent formul (2), sabit operator əmsallı tənlik şəklində yazılır:

$$e^S u(x) + \alpha u(x) + \beta e^{-S} u(x) + \delta = 0, \qquad (3)$$

burada $u_x = u(x)$ işarələməsi aparılıb və S - operatoru x-ə görə törəməni işarə edir, $(Su)(x) = \partial u(x)/\partial x,\ \ D(S) = \{u(x) \in C^\infty\} \mid x \in R^+\}$, və $e^{\pm S}$ - sürüşmə operatorudur, $(e^{\pm S}u)(x) = u(x \pm 1)$.$e^{\pm S}$ - in formal sıraya ayrılışını (3) tənliyində yerinə yazmaqla, problem sabit əmsallı diftənliyin araşdırılmasına gətirmək olar. Bu, yol verirki, həll

$$u(x) = Ae^{k_1 x} + Be^{k_2 x} + C, (4)$$

formasında axtarılsın. Sonra (4) və (1)-dən yararlanmaqla cəbri tənliklər sistemi qurulur və $A, B, C,\ k_1$ və k_2 tapılır.

Xüsusi halda, $\alpha = -2,\ \beta = 1,\ \delta = 0$ olarsa, onda (3),

$$\cosh(S) u(x) = u(x), \qquad (5)$$

tənliyinə çevrilir. Bu tənliyin o vaxt həlli ola bilərki, $u(x)$ funksiyası S operatorunun nüvəsini təşkil edən funksiyalar sinfində olsun: $u(x) \in ker(S)$. Doğrudanda, $\cosh(S)$-in formal olaraq sıraya ayrılışından,

$$\cosh(S) = 1 + \sum_1^{\infty} S^{2i},$$

görünürki, (5) tənliyinin ödənilməsi üçün $\sum_1^{\infty} d^{2i}\, u(x)/dx^{2i} = 0,$ yaxud $\frac{d^2u(x)}{dx^2} = 0$ şərti ödənilməlidir, başqa sözlə, $u(x) \in ker(S^2)$.

1. SeqAnmodulu

Hesablamaların avtomatlaşdırılması üçün "SeqAn" (Sequences Analysis) proqram-paketi yaradılmışdır. O, modul kimi işləyir və verilən kimi tələb etdiyi yalnız $f(k,n) = 0$ şərtidir. "SeqAn" proqram-paketi bir neçə alt proqramdan ibarətdirki, onlardan a) **an** - verilən şərtə görə axtarılan ardıcıllıqları qurur; b) **RecFor**–ardıcıllıqlar üçün rekurent formula hesablayır; c) **ExFor** – ümumi hədd üçün aşkar ifadəni tapır. Aşağıdakı iki misalda deyilənləri aşkar göstərək.

Problem 1: Elə tam n vək $(k < n)$ ədədləri tapmaq gərəkdirki, k - ya qədər olan ədədlərin cəmi, $k + 1$ - dən n - ə kimi olan ədədlərin cəminə bərabər olsun,

$$\sum_{m=1}^{k-1} m = \sum_{k+1}^{n} m,\ k < n. \tag{6}$$

n və k – ların yaratdıqları ardıcıllıqları, rekurent formula və a_n –üçün aşkar ifadəni tapın.

an - verilən (6) şərtinə görə, $[k,n]$ cütlüklərinə uyğun olan $[b_i, a_i]_0^{\infty}$ ardıcıllıqlarını,

$$KN = \{[1,1],[6,8],[35,49],[204,288],[1189,1681], \dots\},$$

RecFor –rekurent formulu,

$$a_{n+1} - 6a_n + a_{n-1} - 2 = 0,$$

ExFor isə ümumi hədd ücün aşkar ifadəni,

$$a_n = 1/4(\,3 - 2\sqrt{2})^n\ + 1/4(\,3 - 2\sqrt{2})^{-n} - 1/2.$$

tapır.

$(\,3 - 2\sqrt{2})(\,3 + 2\sqrt{2})$=1- olduğunu bilməklə a_n- nin aşkar ifadəsini belədə yazmaq olar:

$$a_n = 1/4(\,3 - 2\sqrt{2})^n\ + 1/4(\,3 + 2\sqrt{2})^n - 1/2.$$

Problem 2: Elementləri aşağıdakı şərti ödəyən,

$$\sum_{m=1}^{k-1} m(k-m) = \sum_{k+1}^{n} m(m-k),\ k < n, \tag{7}$$

k vən - lərın yaratdıqları ardıcıllıqları, rekurent formula və ümumi hədd üçün aşkar ifadəni tapın.

Bu halda, birtərəfdən, cəbri tənliklər sisteminin determinant sıfra bərabər olur, o biri tərəfdən, (5) tənliyi ilə üzləşirik və "SeqAn"belə problemidə, həlledir:

$$KN = \{\,[1,1],[3,4],[5,7],[7,10],[9,13],[11,16], \dots\,\},$$

$$a_{n+1} - 2a_n + a_{n-1} = 0\,,$$

$$a_n = 1 + 3n\,.$$

2. Yekun

A. Göstərmək olarki, 1 və 2 problemlərində baxılan ardıcıllıqların elementləri, doğuran $f(z)$ funksiyansının z - ə görə sıraya ayrılışının əmsallarıdır,

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n\, z^n\,,$$

$$f_1 \equiv \frac{1+z}{(1-z)(\,z^2-6z+1\,)} = 1 + 8z + 49z^2 + 288z^3 + \dots,$$

$$f_2 \equiv \frac{2z+1}{(1-z)^2} = 1 + 4z + 7z^2 + 10z^3 + \dots.$$

B. Bu metod ümumiləşdirilə bilər: Ardıcıllıq üçün rekurent formul hər hansı bir yolla tapılıbsa və ya verilibsə, onda o, sürüşmə operatorunun köməyi ilə sabit operator əmsallı tənlik şəklində yazıla bilər, sonar isə, ya inteqral çevirmələrin (Fürye, Laplas), ya da sabit əmsallı diftənliyin həllinin köməyilə ümumi hədd üçün aşkar ifadəni tapmaq olar.

Əliyev Nihan,
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
İbrahimov Natiq,
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Bakı Dövlət Universiteti
Lənkəran Dövlət Universiteti

Üç fokuslu ellips

Məlumdur ki, müstəvi üzərində verilmiş nöqtədən eyni məsafədə olan nöqtələrin həndəsi yeri çevrə, verilmiş iki müxtəlif nöqtədən bərabər uzaqlıqda olan nöqtələrin həndəsi yeri düz xətt, verilmiş iki müxtəlif nöqtədən məsafələrinin cəmi sabit olan nöqtələrin həndəsi yeri isə ellipsdir.

Tərif.Müstəvi üzərində bir düz xətt üzərində olmayan üç müxtəlif nöqtə verilmişdirsə (yəni üçbucaq verilmişdirsə), onda hərəkət edən dördüncü nöqtə (cari nöqtə) müstəvi üzərində hərəkət zamanı verilmiş nöqtələr ilə əmələ gətirdiyi üçbucaq (bu zaman verilmiş nöqtələrdən biri bu üçbucağın daxilində qalarsa) və qabarıq dördbucaqlının perimetrləri eyni sabitə bərabər olarsa, bu zaman cari nöqtənin cızdığı həndəsi yer (qabarıq xətt) üç fokuslu ellips adlanır.

Qeyd.Əgər bu üç nöqtədən ikisi üst-üstə düşərsə, onda adi ellips, əgər üçü də üst-üstə düşərsə, onda çevrə alınmış olar.

Verilmiş müstəvi üzərində düzbucaqlı Dekart koordinat sistemi qeyd edib, həmin üç nöqtəni koordinatları vasitəsi ilə verək.

Yuxarıda verilmiş tərifdən istifadə etməklə müstəvi üzərində bu əyrini (qapalı xətti) quraq. Verilmiş üç nöqtənin (onlar çəkilmiş qapalı xəttin daxilindədirlər) hər ikisindən bir düz xətt keçirək. Onda bu üç xətt əyri xətti altı nöqtədə kəsmiş olacaqlar. Götürdüyümüz koordinat sistemində deyilən qapalı əyri xəttin tənliyini yazsaq, (bu xəttin kəsilməz olduğu asanlıqla görünür) onun törəməsinin də kəsilməz olduğu alınır. Amma bu əyri xəttin ikinci tərtib törəməsi yuxarıda təyin etdiyimiz altı nöqtədən başqa qalan bütün nöqtələrdə kəsilməzdir. Bu nöqtələr birinci növ kəsilmə nöqtələridir. Yəni bu nöqtələrdə sonlu sıçrayışlar mövcuddur.

Əgər bu altı nöqtədə də kəsilməzlik olsaydı, onda elə çıxardı ki, “elə iki nöqtə mövcuddur ki, bu qapalı əyri xətt həmin nöqtələrə nəzərən adi ellipsdir”.

İkinci tərtib törəmənin kəsilən olmasından çıxır ki, bu qapalı əyri xətt adi ellips yox, üç fokuslu ellipsdir.

Qeyd. Bu üç fokuslu ellips altı dənə adi ellipsin kəsilməz birləşməsindən əmələ gəlmişdir. Belə ki, həmin ellipslərin fokusları götürülmüş üç nöqtədən iki-iki götürməklə alınır. Hər iki nöqtənin ətrafında iki müxtəlif ellipsin hissələri qurulur. Deyilən altı ellipsin hissələri bir-biri ilə hamar birləşərək üç fokuslu ellipsi əmələ gətirirlər.

Eyni qayda ilə müstəvi üzərində dörd, beş və s. fokuslu ellipslərdən də danışmaq olar. Belə ki, müstəvi üzərində qabarıq n bucaqlı götürüb, onun ətrafında (müstəvi üzərində) n fokuslu ellips qurmaq olar.

Bu nəticələr fəza (üç ölçülü) üçün də aparılmışdır. Belə ki, fəzada müəyyən bir tetraedr (üçbucaqlı piramida) götürülərək, onun ətrafında qapalı bir səth qurulmuşdur. Burada da fəza koordinat sistemi götürüb, həmin səthin tənliyini alsaq, bu tənliyin kəsilməz və kəsilməz diferensiallanan olduğunu görərik. Bu səthi, verilmiş üçbucaqlı piramidanı əmələ gətirən üçbucaq müstəvilərini (onlar dörddür) davam etdirməklə kəssək, həmin səthin tənliyinin ikinci tərtib törəməsi bu kəsişmə xətləri boyunca birinci növ kəsilməyə malik olurlar.

Əgər bu kəsilmələr olmasaydı, onda aldığımız səth adi ellipsoid olardı. Beləliklə biz fəzada (üç ölçülü fəzada) dörd fokuslu ellipsoidi qurmuş oluruq. Müstəvi halında olduğu kimi, burada da çox fokuslu ellipsoidi qurmaq olar. Bunun üçün fəzada qabarıq çoxüzlü götürmək lazımdır.

Eyni qayda ilə üç fokuslu hiperbolanı qurmaqla məşğul olaq.

Bunun üçün müstəvi üzərində bir düz xətt üzərində olmayan üç nöqtə götürək. Bu nöqtələri iki-iki birləşdirək. AB xətti böyük oxu olan fokusları A və B nöqtələrində yerləşən hiperbola quraq. Bu hiperbolanın fokusları arasındakı məsafə $|AB| = 2c_1$ məlumdur.

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} - \frac{y_1^2}{b_1^2} = 1, \; c_1^2 = a_1^2 + b_1^2$$

c_1 məlumdur $\left(c_1 = \frac{|AB|}{2} \right)$ a_1 ixtiyaridir. a_1 verilərsə b_1 -birqiymətli təyin olunur.

Eyni qayda ilə fokusları B və C nöqtələrində olan hiperbolanı quraq.

$$\frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{y_2^2}{b_2^2} = 1$$

$2c_2 = |BC|$ burada da a_2 ixtiyaridir. a_2 verilərsə b_2 birqiymətli təyin olunur.

İndi isə a_1-i dəyişməklə birinci hiperbolanı elə hərəkət etdirək ki, onun I_2 qolu ilə II_1 qolu bir nöqtədə toxunsunlar. Bu zaman bu iki qoldan II qolun bir hissəsi ilə gəlib, birinci hiperbolanın ikinci hissəsi ilə davam edirik. Bununla üç fokuslu hiperbolanın bir qolunu (üç dənədən) təyin etmiş oluruq.

Eyni qayda ilə qalan iki qolu da qurmaq lazımdır.

Əliyev Nihan,
riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Tağıyev Rəşad,
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru
Namazov Orxan,
dissertant
Bakı Dövlət Universiteti
Bakı Biznes Universiteti
Sumqayıt Dövlət Universiteti
nihan@aliev.info
tagiyev.reshad@gmail.com
orxan-namazov-1989@mail.ru

Qaz-lift prosesində kiçik parametr ilə verilmiş hiperbolik tip tənliklər sisteminin həllinin araşdırılması

Halqavari fəzada və qaldırıcı boruda neft istehsalının qaz-lift prosesinə uyğun qaz və maye qaz qarışığının hərəkətini təsvir edən birinci tərtib ikiölçülü hiperbolik tənliklər sistemi üçün kiçik parametrli başlanğıc şərtli məsələyə baxılmışdır. Bu məsələdə göstərilmişdir ki, sərhəd məsələsinin həlli yoxdur, lakin başlanğıc şərtlər daxilində həll var və yeganədir. Məsələnin həlli üçün asimptotik üsul verilir.

Neft istehsalının ən mühüm mərhələlərindən biri qaz-lift üsuludur. Qaz-lift prosesində hərəkəti təsvir edən müxtəlif riyazi modellər işlənmişdir və onların köməyi ilə müxtəlif məsələlər qoyulmuşdur, məsələn, minumum qaz verməklə maksimum neftin əldə edilməsi, hidravlik müqavimet əmsalının təyini və s. İşdə hərəkət tənliklrinə kiçik parametr daxil olan hala baxılır, beləki kiçik parametr quyunun dərinliyinin tərs qiymətidir. Hərəkət tənliklərinə görə həllinin varlığı araşdırılır. Həll başlanğıc şərtlər daxilində, kiçik parametrin sıra şəklində ayrılışı vasitəsi ilə axtarılır.

Məlumdur ki, qaz-lift prosesi zamani halqavari fəzada qaz və qaldırıcı boruda maye-qaz qatışığının hərəkətlərini xarakterizə edən xüsusi törəməli hiperbolik tip diferensial tənliklər sistemi aşağıdakı şəkildədir.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P_i(x,t)}{\partial t} = -\dfrac{c_i^2}{F_i} \cdot \dfrac{\partial Q_i(x,t)}{\partial x}, & i = 1,2 \\ \dfrac{\partial Q_i(x,t)}{\partial t} = -F_i \dfrac{\partial P_i(x,t)}{\partial x} - 2a_i Q_i(x,t) & t \geq 0,\ x \in [0, 2l] \end{cases} \tag{1}$$

Burada $P_i(x,t)$-quyuya vurulan qaz təzyiqini (qaldırıcı boruda mayeqaz qarışığını), $Q_i(x,t)$-qaz həcmini, $c_i -$səs sürətini, $l-$quyunun dərinliyini bildirir, $a_i -$parametri isə $2a_i = \dfrac{g}{\omega_c} + \dfrac{\lambda\omega}{2D}$ ifadəsi vasitəsi ilə tapılır. Bu ifadədə $\lambda -$hidravlik müqavimət əmsalı, $g -$sərbəst düşmə təcili, $D -$isə halqavari fəzanın və qaldırıcının effektiv diametridir. 1 və 2 indeksləri uyğun olaraq halqavari fəzada və qaldırıcı boruda hərəkəti təsvir edən parametrlərdir.

Əgər (1) tənliklər sisteminə düz xətlər metodunu tətbiq etməklə həll etsək və hər bir nöqtədə maye-qaz qatışığının həcmini və təzyiqini təyin etmək istəsək, bu zaman diferensial tənliklər sistemində tənliklərin sayı həddindən çox olacaq ki, bu da kompüter hesablamalarında ciddi xətaların ortaya çıxmasına səbəb olacaqdır. Bu səbəbdən ölçünün kiçildilməsi məqsədi ilə kiçik parametr daxil etməklə məsələnin həllinə baxaq.

Yəni (1) sistemində quyu dərinliyinin tərs qiymətinə kiçik parametr kimi $\varepsilon = \dfrac{1}{2l}$ və $z = \dfrac{x}{2l} = \varepsilon x$ əvəzetməsini aparaq. Nəticədə (1) sistemindən aşağıdakı tənliklər sistemini alarıq:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P_i(z,t,\varepsilon)}{\partial t} = -\dfrac{c_i^2}{F_i} \cdot \dfrac{\partial Q_i(z,t,\varepsilon)}{\partial z}\varepsilon, \\ \dfrac{\partial Q_i(z,t,\varepsilon)}{\partial t} = -F_i \dfrac{\partial P_i(x,t)}{\partial z}\varepsilon - 2a_i Q_i(z,t,\varepsilon). \end{cases} \tag{2}$$

Alınan (2) tənliklər sistemini başlanğıc şərti daxilində həllini araşdıraq:

$$\begin{cases} P(z,0,\varepsilon) = P_0(z,\varepsilon) \\ Q(z,0,\varepsilon) = Q_0(z,\varepsilon) \end{cases} (3)$$

\bu sistemin $\varepsilon -$a görə sıra şəklindən ayrılışıaşağıdakı şəkildə olar (sadelik üşün sıradan iki hədd götürülmüşdür):

$$\begin{cases} P(z,t,\varepsilon) = P_0(z) + \varepsilon\left[P_1(z) - \dfrac{c^2}{2aF} Q_0'(z) + \dfrac{c^2}{2aF} Q_0'(z)e^{-2at}\right]. \\ Q(z,t,\varepsilon) = Q_0(z)e^{-2at} + \varepsilon\left[\left(Q_1(z) + \dfrac{F}{2a} P_0'(z)\right)e^{-2at} - \dfrac{F}{2a} P_0'(z)\right] \end{cases}$$

Alınmış bu ifadə (2) sisteminin $\varepsilon -$tərtibindən həllidir.

Əliyev Nihan,
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Zeynalov Ramin,
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru
Bakı Dövlət Universiteti
AMEA-nın İdarəetmə Sistemləri İnstitutu
raminz.math@gmail.com

Koşi-Riman tənliyi üçün zolaqda Steklov məsələsinin spektrinin tədqiqi

Koşi-Riman tənliyi üçün müxtəlif oblastlarda sərhəd və Steklov tipli məsələlərin həlləri tədqiq edilmişdir.Təqdim etdiyimiz məsələdə istiqamətə görə fundamental həllin köməyindən istifadə olunmuşdur.Belə ki, baxılan oblast və tənlikdən asılı olan əsas münasibət qurulur və bu münasibətdən zəruri şərtlər alınır ki, həmin zəruri şərtlər də qoyulmuş məsələnin fredholmluğu üçün istifadə olunur.

Aşağıdakı kimi tənliyə baxaq:

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}+i\frac{\partial u(x)}{\partial x_1}=0,\ \ x_1\in(0,1),\ x_2\in R, \tag{1}$$

burada $i=\sqrt{-1}, u(x)$ axtarılan funksiyadır. Bu tənliyin x_2 istiqamətində fundamental həllinin

$$U(x-\xi)=\theta(x_2-\xi_2)\delta(x_1-\xi_1-i(x_2-\xi_2)), \tag{2}$$

olduğunu bilərək əsas münasibəti quraq.

$$\begin{aligned}0&=\int_0^1 dx_1\int_R\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}U(x-\xi)dx_2+i\int_R dx_2\int_0^1\frac{\partial u(x)}{\partial x_1}U(x-\xi)dx_1=\\&=\int_0^1 dx_1\left[u(x)U(x-\xi)\Big|_{x_2=-\infty}^{\infty}-\int_R u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_2}dx_2\right]+\\&+i\int_R dx_2\left[u(x)U(x-\xi)\Big|_{x_1=0}^{1}-0\int u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_1}dx_1\right].\end{aligned} \tag{3}$$

əgər

$$\lim_{x_2\to\infty}\int_0^1 u(x)U(x-\xi)dx_1-\lim_{x_2\to-\infty}\int_0^1 u(x)U(x-\xi)dx_1=0 \tag{4}$$

şərti ödənilərsə, onda (3) dən aşağıdakı əsas münasibəti almaq olar.

$$\begin{aligned}&i\int_R u(1,x_2)\theta(x_2-\xi_2)\delta(1-\xi_2-i(x_2-\xi_2))dx_2-\\&-i\int_R u(0,x_2)\theta(x_2-\xi_2)\delta(-\xi_1-i(x_2-\xi_2))dx_2=\begin{cases}u(\xi),\xi_1\in(0,1),\ \xi_2\in R,\\ \frac{1}{2}u(\xi),\xi_1=0,\xi_2=1\end{cases}\end{aligned} \tag{5}$$

Bu əsas münasibətin birinci hissəsi (1) tənliyinin ixtiyari həllini, ikinci hissəsi isə zəruri şərtlərdir. Zəruri şərtləri ayıraq.

$$\frac{1}{2}u(0,\xi_2)=i\int_R u(1,x_2)\theta(x_2-\xi_2)\delta(1-i(x_2-\xi_2))dx_2-i\int_R u(0,x_2)\theta(x_2-\xi_2)\delta(-i(x_2-\xi_2))dx_2$$

$$\frac{1}{2}u(1,\xi_2)=i\int_R u(1,x_2)\theta(x_2-\xi_2)\delta(-i(x_2-\xi_2))dx_2-i\int_R u(0,x_2)\theta(x_2-\xi_2)\delta(-1-i(x_2-\xi_2))dx_2$$

və ya

$$\frac{1}{2}u(0,\xi_2)=-u(1,\xi_2-i)\theta(-i)+\frac{1}{2}u(0,\xi_2),$$

$$\frac{1}{2}u(1,\xi_2)=-\frac{1}{2}u(1,\xi_2)+u(0,\xi_2+i)\theta(i),$$

Yaxud da $\theta(i)=1,\ \theta(-i)=0$ olduqlarını nəzərə alsaq

$$u(1,\xi_2)=u(0,\xi_2+i),\quad \xi_2\in R_1 \tag{6}$$

Zəruri şərtini almış oluruq. Indi isə (1) Koşi-Riman tənliyi üçün aşağıdakı kimi sərhəd şərtinə baxaq:

$$au(1,\xi_2)=\lambda bu(0,\xi_2+i),\quad \xi_2\in R_1 \tag{7}$$

Burada a və b verilmiş sabit ədədlər λ isə spektral parametrdir. Nəhayət (6) zəruri şərti ilə (7) sərhəd şərtindən λ parametri üçün

$$\begin{vmatrix}1 & -1\\ a & -\lambda b\end{vmatrix}=-\lambda b+a=0, \tag{8}$$

tənliyini almış oluruq. Deməli

$$\lambda=\frac{a}{b} \tag{9}$$

qiymətində (1), (7) Steklov məsələsinin trivial olmayan həlli mövcuddur. Bu həll (5) əsas münasibətindən alınır.

$$\begin{aligned}u(\xi)&=i\int_R u(0,x_2+i)\theta(x_2-\xi_2)\delta(1-\xi_1-i(x_2-\xi_2))dx_2-\\&-i\int_R u(0,x_2)\theta(x_2-\xi_2)\delta(-\xi_1-i(x_2-\xi_2))dx_2=u(0,\xi_2-i+i\xi_1+i)\theta(-i+i\xi_1)+\\&+u(0,\xi_2+i\xi_1)\theta(i\xi_1)=-u(0,\xi_2+i\xi_1)\theta(i(1-\xi_1)+u(0,\xi_2+i\xi_1)\theta(i\xi_1)=\\&=u(0,\xi_2+i\xi_1)\end{aligned} \tag{10}$$

Teorem: Verilmiş a və b sabit ədədləri üçün (1),(7) Steklov məsələsinin yeganə (9) şəkilli məxsusi ədədi x_2+ix_1-in ixtiyari funksiyası kimi məxsusi funksiyası mövcuddur.

Əliyev Nihan,
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Niftullayeva Şəbinə,
müəllim
Lənkəran Dövlət Universiteti
sebineniftullayeva_90@mail.ru

Məhdud müstəvi oblastda qarışıq tip tənlik üçün ümumi xətti sərhəd şərti daxilində məsələnin həlli

Məlumdur ki, qarışıq tip tənliyin ən yaxşı öyrənilmiş şəkli Trikomi tənliyidir. Bu tənlik dəyişən əmsallı olduğundan sonralar o tənliyi əvəz edən sabit əmsallı tənlik Lavrentiyev-Bitçadze tənliyi üçün məsələlərə baxılmışdır. Bu tənliklər elliptik hissə üçün Laplas, hiperbolik hissə üçün isə əsasən simin rəqs tənliyidir. Yəni hər iki halda tənlik ikinci tərtibdir. Bizim baxdığımız elliptik tip tənlik birinci tərtib olduğundan (Koşi-Riman tənliyi) burada baxılan qarışıq tip tənlik də birinci tərtib sabit əmsallı xüsusi törəməli xətti diferensial tənlikdir. Aşağıdakı kimi sərhəd məsələsinə baxaq.

$$\frac{\partial u_s(x)}{\partial x_2}+\sqrt{(-1)^s}\,\frac{\partial_s(x)}{\partial x_1}= f_s(x),\ \ x=(x_1,x_2)\in D_s\subset R^2,\ s=1{,}2, \tag{1}$$

$$\begin{aligned}&\alpha_{k1}^{(1)}(x_1)u_1(x_1,\gamma_1(x_1))+\alpha_{k1}^{(0)}(x_1)u_1(x_1,0)+\alpha_{k2}^{(0)}(x_1)u_2(x_1,0)+\\ &\alpha_{k2}^{(2)}(x_1)u_2(\sigma(x_1),\gamma_2(\sigma(x_1)))+\int_{a_1}^{b_1}\left[\beta_{k1}^{(1)}(x_1,t)u_1(t,\gamma_1(t))+\beta_{k1}^{(0)}(x_1,t)u_1(t,0)+\right.\\ &\left.+\beta_{k2}^{(0)}(x_1,t)u_2(t,0)+\beta_{k2}^{(2)}(x_1,t)u_2(t,\gamma_2(t))\right]dt+\int_{D_1}K_{k1}(x_1,\xi)u_1(\xi)d\xi+\\ &+\int_{D_2}K_{k2}(x_1,\xi)u_2(\xi)d\xi=\alpha_k(x_1),\qquad k=1{,}2;\ \ x_1\in[a_1,b_1],\end{aligned} \tag{2}$$

burada $s=1$ olduqda alınan (1) tənliyi bircinsli olmayan birinci tərtib elliptik tip tənlik (Koşi-Riman tənliyi), $s=2$ olduqda isə birinci tərtib bircinsli olmayan hiperbolik tip tənlikdir.

Xətti asılı olmayan iki sərhəd şərtlərinin bütün verilənləri (əmsalları, inteqralın nüvələri və şərtlərin sağ tərəfləri) kəsilməz funksiyalardır. $D=D_1\cup D_2$, $\partial D=\Gamma_1\cup\Gamma_2$, Γ_k, $x_2=\gamma_k(x_1)$, $x_1\in(a_1,b_1)$ $\gamma_1(x_1)<0$, $\gamma_2(x_1)>0$.

Məlumdur ki, $s=1$ olduqda (1) –dən alınan tənliyin fundamental həlli

$$U_1(x-\xi)=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}, \tag{3}$$

$s=2$ olduqda (1) –dən alınan tənliyin fundamental həlli isə

$$U_2(x-\xi)=e(x_2-\xi_2)\delta(x_1-\xi_1-(x_2-\xi_2)), \tag{4}$$

burada

$$e(t)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & t>0,\\ 0, & t=0,\\ -\frac{1}{2}, & t<0,\end{cases}$$

Xevisaydın simmetrik, vahid funksiyası, $\delta(t)$-isə Dirakın “delta” funksiyasıdır.

Tənliyi uyğun fundamental həllərə vurub, inteqrallamaqla:

$$\int_{\partial D_1}u_1(x)U_1(x-\xi)[\cos(\nu_1,x_2)+i\cos(\nu_1,x_1)]dx-$$

$$-\int_{D_1}f_1(x)U_1(x-\xi)dx=\begin{cases}u_1(\xi) & \xi\in D_1,\\ \frac{1}{2}u_1(\xi) & \xi\in\partial D_1,\end{cases} \tag{5}$$

$$\int_{\partial D_2}u_2(x)U_2(x-\xi)[\cos(\nu_2,x_2)+\cos(\nu_2,x_1)]dx-$$

$$-\int_{D_2}f_2(x)U_2(x-\xi)dx=\begin{cases}u_2(\xi) & \xi\in D_2,\\ \frac{1}{2}u_2(\xi) & \xi\in\partial D_2,\end{cases} \tag{6}$$

əsas münasibətlərini, onlardan isə aşağıdakı zəruri şərtləri almış oluruq:

$$u_1(\xi_1,\gamma_1(\xi_1))=-\frac{1}{\pi}\int\frac{u_1(x_1\gamma_1(x_1))}{[\gamma_1'(\sigma_1(x_1,\xi_1))+i](x_1-\xi_1)}[1-i\gamma_1'(x_1)]dx_1+\ldots$$

$$u_1(\xi_1,0)=\frac{1}{\pi i}\int\frac{u_1(x_1,0)}{x_1-\xi_1}dx_1+...$$

burada (...) ilə sinqulyar olmayan hədlərin cəmi işarə olunmuşdur.
$u_2(x)$ üçün zəruri şərtlərdə sinqulyarlıq olmadığından onları vermirik.

Sərhəd şərtlərindən istifadə etməklə verdiyimiz zəruri şərtlərdə olan sinqulyarlıqlar requlyarlaşdırılır. Alınan requlyar ifadələr verilmiş sərhəd şərtləri ilə birlikdə qoyulmuş sərhəd məsələsinin fredholmuğu üçün kafi şərti təyin edirlər.

Əsədova Ofelya,
dosent, fizika riyaziyyat elmləri namizədi
Məmmədova Nəzakət,
dosent, fizika riyaziyyat elmləri namizədi
Abbasova Aygün,
dosent, fizika riyaziyyat elmləri namizədi
Bakı Dövlət Universiteti
nm-9194@hotmail.com
aygun_abbasova@bk.ru

Dördtərtibli bir tənlik üçün qarışıq məsələnin dəyişənlərə ayırmanın çıxıqlar üsulu ilə həlli

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+b\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\partial t}+f(x,t),\qquad x\in(0,1),\ t\in(0,T] \tag{1}$$

tənliyinin

$$\left.\frac{\partial^k u(x,t)}{\partial x^k}\right|_{x=0}-\left.\frac{\partial^k u(x,t)}{\partial x^k}\right|_{x=1}=0,\quad k=0,1,2,3 \tag{2}$$

sərhəd şərtlərini və

$$\left.\frac{\partial^s u(x,t)}{\partial t^s}\right|_{t=0}=\Phi_s(x),\quad s=0,1\ \ (3)$$

başlanğıc şərtlərini ödəyən həllinin tapılması məsələsinə baxılmışdır. Burada $a,\,b$-həqiqi sabitlər, $f(x,t),\ \Phi_1(x),\ \Phi_2(x)$ isə kifayət qədər hamar funksiyalardır.

$G(x,\xi,\lambda)$ ilə

$$y''-\lambda^2 y=h(x) \tag{4}$$

$$\begin{aligned} y(0)-y(1)&=0\\ y'(0)-y'(1)&=0 \end{aligned} \tag{5}$$

spektral məsələsinin Qrin funksiyasını işarə edək və məsələnin həllini

$$u(x,t)=-\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}}\sum_{\nu}\int_{c_\nu}\lambda d\lambda\int_0^1 G(x,\xi,\lambda)Z(t,\xi,\lambda)d\xi \tag{6}$$

şəklində axtaraq. Burada c_ν ilə inteqralaltı funksiyanın ancaq λ_ν polyusunu əhatə edən sadə qapalı kontur işarə olunmuşdur, ν üzrə cəm isə bütün polyusları əhatə edir. (4)-(5) spektral məsələsi M.Rəsulov mənada requlyar olduğundan [1], istənilən kəsilməz-diferensiallanan $h(x)$ funksiyasını aşağıdakı çıxıqlar sırasına ayırmaq olar:

$$h(x)=-\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}}\sum_{\nu}\int_{C_\nu}\lambda d\lambda\int_0^1 G(x,\xi,\lambda)h(\xi)d\xi. \tag{7}$$

(6) formulasına daxil olan $Z(t,\xi,\lambda)$ funksiyasını təyin etmək üçün (6) düsturunu (1) tənliyində və (3) başlanğıc şərtlərində yazmaq lazım gələcək. Qeyd edək ki, bu zaman $f(x,t)$ funksiyası üçün

$$f(x,t)=-\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}}\sum_{\nu}\int_{C_\nu}\lambda d\lambda\int_0^1 G(x,\xi,\lambda)f(\xi,t)d\xi$$

ayrılış düsturundan və (4)-(5) məsələsinin Qrin funksiyasının həm də

$$y^{IV}-\lambda^4 y=0$$

bircins təlniyini və

$$y^{(k)}(0)-y^{(k)}(1)=0,\ k=\overline{0,3}$$

sərhəd şərtlərini ödəməsi faktından istifadə edəcəyik.Beləliklə, $Z(t,\xi,\lambda)$ funksiyası

$$\frac{d^2Z}{dt^2}=b\lambda^2\frac{dZ}{dt}+a\lambda^4 Z+f(\xi,t) \tag{8}$$

$$\begin{aligned} &Z(0,\xi,\lambda)=\Phi_0(\xi)\\ &Z_t'(0,\xi,\lambda)=\Phi_1(\xi)\end{aligned} \tag{9}$$

Koşi məsələsinin həlli olmalıdır. Asanlıqla görmək olar ki, bu məsələnin həlli

$$Z(t,\xi,\lambda)=\frac{1}{m_2-m_1}\left[\left(m_2\Phi_0(\xi)-\Phi_1(\xi)\right)e^{m_1t}-\left(m_1\Phi_0(\xi)-\Phi_1(\xi)\right)e^{m_2t}+\int_0^t\left(e^{m_2(t-\tau)}-e^{m_1(t-\tau)}\right)f(\xi,\tau)d\tau\right]$$

düsturu ilə tapılır. Burada

$$m_1=\lambda^2\frac{b+\sqrt{b^2+4a}}{2},\quad m_2=\lambda^2\frac{b-\sqrt{b^2+4a}}{2}$$

kimi işarə olunmuşdur. (4)-(5) məsələsinin Qrin funksiyası isə məlum $G(x,\xi,\lambda)=\dfrac{\Delta(x,\xi,\lambda)}{\Delta(\lambda)}$

düsturu ilə qurulur[1]. Burada

$\Delta(\lambda)=4\lambda(ch\lambda-1)$,

$\Delta(x,\xi,\lambda)=g(x,\xi,\lambda)\Delta(\lambda)+\Delta_1(x,\xi,\lambda)$,

$\Delta_1(x,\xi,\lambda)=\left(sh\lambda\xi-sh\lambda(1-\xi)\right)\left(ch\lambda x-ch\lambda(x-1)\right)+\left(ch\lambda\xi+ch\lambda(1-\xi)\right)\left(sh\lambda(x-1)-sh\lambda x\right)$,

$g(x,\xi,\lambda)=\pm\dfrac{1}{2\lambda}sh\lambda(x-\xi)$,

$0\le\xi\le x\le 1$ olduqda "+",

$0\le x\le\xi\le 1$ olduqda "–" işarəsi götürülür.

Beləliklə, həllin

$$u(x,t)=-\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}}\sum_{\nu}\int_{C_\nu}\lambda d\lambda\int_0^1\frac{\Delta_1(x,\xi,\lambda)}{\Delta(\lambda)}Z(t,\xi,\lambda)d\xi$$

ifadəsində inteqralaltı funksiyanın $\lambda_\nu=2\pi\nu i$ polyuslarının ikitərtibli, $\lambda_0=0$ polyusunun isə sadə olmasını nəzərə almaqla çıxıqlar hesablanmış, (1)-(3) məsələsinin analitik həlli qurulmuş, verilən $f(x,t)$, $\Phi_0(x)$ və $\Phi_1(x)$ funksiyaları üzərinə hamarlıq şərtləri qoyulmaqla həllin varlığı isbat olunmuşdur.

Fərzəliyeva Ülkər,
dissertant
Lənkəran Dövlət Universiteti
ulker-salayeva@mail.ru

Xüsusi qradiyent hədli xətti qeyri-stasionar kvazioptika tənliyi üçün birinci başlanğıc-sərhəd məsələsində həllin varlığı və yeganəliyi

Bu işdə hissəciklər yüklənmiş və dalğa funksiyası və ya elektrik sahəsinin fəza və zaman dəyişənlərindən asılı işıq dalğasının kompleks amplitudu olduqda bircins olmayan mühitdə işıq şüalarının diffuziyasının öyrənilməsində qeyri-xətti optikada tez-tez alınan xüsusi qradiyent hədli xətti qeyri-stasionar kvazioptika tənliyinin başlanğıc-sərhəd məsələsinə baxılır.Qeyd edək ki, əmsalları məhdud ölçülən olanstasionar kvazioptika tənliyi və ya həqiqi dəyişənli kvant mexanikası potensiallı qeyri-stasionar Şredinger tənliyi üçün oxşar başlanğıc-sərhəd məsələləri daha öncə ətraflı tədqiq edilmişdir. Lakin kvazioptika tənliyi qeyri-stasionar olduqda, oxşar başlanğıc-sərhəd məsələləri nisbətən zəif öyrənilmişdir. Qeyd edilməlidir ki, xüsusi qradient hədli olmayan, ölçülən məhdud əmsallı xətti qeyri-stasionar kvazioptika tənliyi üçün başlanğıc-sərhəd məsələsinin həlli tədqiq edilmişdir. Zəif ümumiləşdirilmiş həllərin sanki hər yerdə varlığı və yeganəliyi Qalerkin metodunun köməyilə qurulur. Xüsusi qradient hədli və əmsalları məhdud ölçülən funksiyalar olan qeyri-stasionar kvazioptika tənliyi üçün başlanğıc-sərhəd məsələsinin həll olunma probleminin öyrənilməsi əhəmiyyətli elmi və praktiki maraq kəsb edir.

Ω oblastından verilmiş $\psi = \psi(x,t,z)$ funksiyası üçün aşağıdakı şərtləri ödəyən başlanğıc-sərhəd məsələsinə baxaq:

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} + ia_0\frac{\partial\psi}{\partial z} - a_1\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + ia_2(x)\frac{\partial\psi}{\partial x} + a(x)\psi + v_0(x,t,z)\psi + iv_1(x,t,z)\psi = f(x,t,z),\ (x,t,z)\in\Omega, \quad (1)$$

$$\psi(x,0,z) = \varphi_0(x,z),\ (x,z)\in\Omega_L, \quad (2)$$

$$\psi(x,t,0) = \varphi_1(x,t),\ (x,t)\in\Omega_T, \quad (3)$$

$$\psi(0,t,z) = \psi(l,t,z) = 0, (t,z)\in Q, \quad (4)$$

Aydındır ki, (1)-(4) şərtlərini ödəyən $\psi = \psi(x,t,z)$ funksiyasının tapılması (1) kvazioptika tənliyi üçün birinci başlanğıc-sərhəd məsələsidir. Bu həllin varlığı və yeganəliyi məsələsi aşağıdakı teoremlə isbat olunmuşdur.

Teorem 1. Tutaq ki, $a(x), v_0(x,t,z), v_1(x,t,z)$, $\varphi_0(x,z)$, $\varphi_1(x,t)$, $f(x,t,z)$ funksiyaları (5)-(9) şərtlərini ödəyir. Onda

$$\|\psi\|^2_{\overset{0}{W}{}_2^{2,1,1}(\Omega)} \le c_0\left(\|\varphi_0\|^2_{\overset{0}{W}{}_2^{2,1}(\Omega_L)} + \|\varphi_1\|_{\overset{0}{W}{}_2^{2,1}(\Omega_T)} + \|f\|^2_{W_2^{0,1,1}(\Omega)}\right), \quad (5)$$

Harada ki, $c_0 > 0$ φ_0, φ_1 və f -dən həmişə asılı deyil.

Teoremin isbatında Qalerkin metodunun tətbiqi belə bir lemma vasitəsilə ifadə olunur.

Lemma 1. (16) şəklində Qalerkin ifadəsi üçün aşağıdakı qiymətlənmə doğrudur:

$$\|\psi^N\|^2_{\overset{0}{W}{}_2^{2,1,1}(\Omega)} \le c_0\left(\|\varphi_0\|^2_{\overset{0}{W}{}_2^{2,1}(\Omega_L)} + \|\varphi_1\|^2_{\overset{0}{W}{}_2^{2,1}(\Omega_T)} + \|f\|^2_{W_2^{0,1,1}(\Omega)}\right),\ N = 1,2,\ldots . \quad (6)$$

İşdə lemma 1-in köməyi ilə Qalerkin metodu tətbiq olunmuş və yuxarıda verilmiş qiymətlənmənin doğruluğu göstərilmişdir. Eləcə də, alınmış qiymətlənmə Teorem 1-də nəzərə alınmaqla (1)-(4) başlanğıc-sərhəd məsələsinin $\overset{0}{W}{}_2^{2,1,1}(\Omega)$ fəzasında yeganə həllini varlığı isbat olunmuşdur. İsbat prosesində hissə-hissə inteqrallama düsturundan, Koşi-Bunyakovski bərabərsizliyindən, Qronoul lemmasından istifadə edilmişdir.

Fəttayev Habil
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Bakı Dövlət Universiteti
h-fattayev@mail.ru

Koreperlərin laylanma fəzasına afin rabitənin horizontal lifti

Hamar çoxobrazlının tenzor laylanmalarında bazada verilən strukturların, o cümlədən tenzor meydanlarının və afin rabitələrin liftlərinin qurulması aktuallığı ilə seçilən məsələlərdəndir K.Yano və S.Kobayashi afin rabitənin toxunan laylanmaya tam liftini təyin etmiş, onun xassələrini öyrənmişlər. Eyni laylanmaya afin rabitənin horizontal lifti isə K.Yano və S.Ishihara tərəfindən qurulmuşdur. Hamar çoxob-razlının xətti reperlərinin laylanma fəzasında afin rabitənin tam və horizontal liftləri K.P.Mok və L.A.Cordero və M.Leon tərəfindən tədqiq olunmuşdur.

Bu məruzədə hamar çoxobrazlının koreperlərinin əmələ gətirdiyi laylanma fəzasında bazada verilən simmetrik afin rabitənin horizontal lifti qurulur, bu liftin əyrilik və buruqluq tenzorları tədqiq olunur.

Tutaq ki, M_n C^∞ sinifindən olan $n-$ölçülü hamar çoxobrazlıdır. $F^*(M_n)$ ilə M_n çoxobrazlısının bütün nöqtələrində kotoxunan $T_x^* M_n, x \in M_n$ fəzalarının bütün koreperlərinin çoxluğu işarə edilir. Göstərilir ki, $F^*(M_n)$ $n+n^2$-ölçülü hamar çoxobrazlıdır. Bu çoxobrazlı xətti koreperlərin laylanma fəzası adlandırılır (bax, [6]). M_n çoxobrazlısı üzərində verilən (U, x^i) lokal xəritəsinə $F^*(M_n)$ laylanması üzərində $\{\pi^{-1}(U), (x^i, X_i^\alpha)\}$ lokal xəritəsi uyğundur, burada $\pi : F^*(M_n) \to M_n$ laylanmanın proyeksiyasıdır. M_n çoxobrazlısı üzərində əmsalları Γ_{ij}^k simmetrik ∇ afin rabitəsinə baxılır.

$D_i = \dfrac{\partial}{\partial x^i} + \Gamma_{ij}^m X_m^\alpha \dfrac{\partial}{\partial X_j^\alpha}$, $D_{i_\alpha} = \dfrac{\partial}{\partial X_j^\alpha}$ şəklində təyin olunan $\{D_i, D_{i_\alpha}\}\ i, \alpha = 1,...,n$ çox-luğu ∇ afin rabitəsinə adaptə olunmuş (uyğunlaşdırılmış) reper adlanır.

M_n çoxobrazlısı üzərində verilmiş $X = X^i \dfrac{\partial}{\partial x^i}$ vector meydanının və $\omega = \omega_j dx^j$ kovektor meydanının $F^*(M_n)$ laylanmasına uyğun olaraq, horizontal və $\alpha-$ cı şaquli lıftləri

$$^H X = X^i D_i, \qquad ^{V_\alpha}\omega = \sum_j \omega_j \delta_\alpha^\beta D_{j_\beta}$$

şəklində təyin olunurlar.

Tərif. *M_n çoxobrazlısı üzərində verilmiş simmetrik ∇ afin rabitəsinin $F^*(M_n)$ laylanmasına horizontal lifti*

$$^H\nabla_{^H X}{}^H Y = {}^H(\nabla_X Y), \qquad ^H\nabla_{^H X}{}^{V_\alpha}\omega = {}^{V_\alpha}(\nabla_X \omega),$$
$$^H\nabla_{^{V_\alpha}\theta}{}^H Y = 0, \qquad ^H\nabla_{^{V_\alpha}\theta}{}^{V_\beta}\omega = 0 \tag{1}$$

şəklində təyin olunan $^H\nabla$ afin rabitəsinə deyilir, burada $X, Y-$vektor meydanlarıdır, $\omega, \theta-$ kovektor meydanlarıdır.

(1) bərabərliklərindən istifadə edilməklə aşağıdakı teoremlər isbat olunur.

Teorem 1. *Simmetrik ∇ afin rabitəsinin $F^*(M_n)$ laylanmasına $^H\nabla$ horizontal liftinin $\{D_i, D_{i_\alpha}\}$ adaptə olunmuş reperində*

$$ {}^H\Gamma_{ij}^{l} = \Gamma_{ij}^{l}, \quad {}^H\Gamma_{ij}^{l_\sigma} = {}^H\Gamma_{ij_\beta}^{l} = 0, \quad {}^H\Gamma_{ij_\beta}^{l_\sigma} = -\Gamma_{il}^{j}\delta_\beta^\sigma, $$
$$ {}^H\Gamma_{i_\alpha j}^{l} = 0, \quad {}^H\Gamma_{i_\alpha j}^{l_\sigma} = 0, \quad {}^H\Gamma_{i_\alpha j_\beta}^{l} = 0, \quad {}^H\Gamma_{i_\alpha j_\beta}^{l_\sigma} = 0 $$

əmsalları vardır.

Teorem 2. *Simmetrik* ∇ *afin rabitəsinin* $F^*(M_n)$ *laylanmasına* ${}^H\nabla$ *horizontal liftinin* $\left(\dfrac{\partial}{\partial x^j}, \dfrac{\partial}{\partial X_j^\beta}\right)$ *təbii reperində*

$$ {}^H\overline{\Gamma}_{ij}^{k} = \Gamma_{ij}^{k}, \quad {}^H\overline{\Gamma}_{ij}^{k_\gamma} = X_m^\gamma(\Gamma_{kl}^m\Gamma_{ij}^l + \Gamma_{ik}^l\Gamma_{lj}^m - \partial_i\Gamma_{kj}^m), $$
$$ {}^H\overline{\Gamma}_{i_\alpha j}^{k_\gamma} = -\Gamma_{jk}^i\delta_\alpha^\gamma, \quad {}^H\overline{\Gamma}_{ij_\beta}^{k_\gamma} = -\Gamma_{ik}^j\delta_\beta^\gamma, \quad {}^H\overline{\Gamma}_{i_\alpha j}^{k} = 0, $$
$$ {}^H\Gamma_{i_\alpha j}^{k_\gamma} = 0, \quad {}^H\overline{\Gamma}_{i_\alpha j_\beta}^{k} = 0, \quad {}^H\overline{\Gamma}_{i_\alpha j_\beta}^{k_\gamma} = 0 $$

əmsalları vardır.

Simmetrik ∇ afin rabitəsinin ${}^H\nabla$ horizontal liftinin buruqluq və əyrilik tenzorları ilə bağlı aşağıdakı teoremlər isbat olunur.

Teorem 3. *Tutaq ki,* $\tilde{T}$ - ∇ *simmetrik afin rabitəsinin* $F^*(M_n)$ *laylanmasına* ${}^H\nabla$ *horizontal liftinin buruqluq tenzor meydanıdır. Onda* $\tilde{T}$ *- (1,2) tipli çəp-simmetrik tenzor meydanı olub,*

$$ \tilde{T}({}^{V_\alpha}\theta, {}^{V_\beta}\omega) = 0, \quad \tilde{T}({}^H X, {}^{V_\alpha}\omega) = 0, \quad \tilde{T}({}^H X, {}^H Y) = -\gamma(R(X,Y)) $$

bərabərlikləri ilə təyin edilir, burada burada $X, Y-$ *vektor meydanları,* $\omega, \theta -$ *kovektor meydanlarıdır,* R *isə* ∇ *rabitəsinin əyrilik tenzor meydanıdır.*

Teorem 4. *Tutaq ki,* $\tilde{R}$ - ∇ *simmetrik afin rabitəsinin* $F^*(M_n)$ *laylanmasına* ${}^H\nabla$ *horizontal liftinin əyrilik tenzor meydanıdır. Onda*

$$ \tilde{R}({}^{V_\alpha}\theta, {}^{V_\beta}\omega) = 0, \quad \tilde{R}({}^H X, {}^{V_\alpha}\omega) = 0, $$
$$ \tilde{R}({}^H X, {}^H Y)^{V_\gamma}\phi = -{}^{V_\gamma}(\phi(R(X,Y))), $$
$$ \tilde{R}({}^H X, {}^H Y)^H Z = {}^H((R(X,Y)Z), $$

burada $X, Y, Z -$ *vektor meydanları,* $\omega, \theta, \phi -$ *kovektor meydanlarıdır.*

Gadjiev Tahir,
doctor of physical and mathematical sciences
Aliyev Serdar,
candidate of physical and mathematical sciences
İnstitute of Mathematics and Mechanics NAS of Azerbaijan
Baku State Univercity
sardar_aliev@yahoo.com

The estimates for the solutions nonlinear elliptic equations

Let we is consider in some ball $B_{2r} \subset R^n$ with radius $2r, r > 1$ at centr is 0, a solution $u(x)$ in $C(\overline{B_{2r}}) \cap W_{n,loc}^2(B_{2r})$ of nonlinear elliptic equation of non-divergence type

$$\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x,u,Du)D^2u(x)+f(x,u,Du)=0, \quad (1)$$

for a. e. $x \in B_{2r}$. Here $a_{ij}=a_{ji}$ i. d. $a(x,y,p)$ set of symmetric matrices of size nxn and $\forall y \in R, \forall x,p,\xi \in R^n$ coefficients satisfying

$$\begin{gathered}\Lambda^{-1}\lambda(p)\omega(x)|\xi|^2 \le (a(x,y,p)\xi,\xi) \le \Lambda\lambda(p)\omega(x)|\xi|^2, \\ f(x,y,p) \le \frac{1}{k}\Lambda(1+\lambda(p))(1+|p|),\end{gathered} \quad (2)$$

for some $\Lambda \ge 1$, $k>1$ and some continuous mapping $\lambda : R^n \to R$, for which there exist λ_0 and $M_0>0$ such that $\lambda(z) \ge \lambda_0$ for $|z| \ge M$. $\varpi(x)$ is Mackenxoupt weight function (see [1]). Let $u : \overline{B_{2r}} \to R$ be a bounded and continuous solution of (1).

We establish some estimate for the solutions of a degenerate non-divergence nonlinear elliptic equations.

Theorem. Let $a(x,y,p)$ and $f(x,y,p)$ be coefficients independent of y fulfilling (2) with respect to some $\Lambda \ge 1$, $\lambda : R^n \to [0,1], \lambda_0 \in (0,1]$ and $M>0$. Let $u : \overline{B_2} \to R$ be also a continuous solution of the equation (1). There exist two constants $\gamma \in (0,1)$ and $C \ge 0$, only depending on n, Λ, λ_0 and M, such that for any $\rho \in (0,1)$ for any hypercutes $Q_{\rho/8}$ and Q_ρ of same center and radii $\rho/8$ and ρ, with $Q_{\rho/8} \subset Q_\rho \subset B_{3/2}$

$$\operatorname*{osc}_{Q_{\rho/8}} u \le \gamma \operatorname*{osc}_{Q_\rho} u + C_\rho \left(1+\operatorname*{osc}_{Q_\rho}|u|\right),$$

where $\operatorname*{osc}_{Q_r} u = \sup_{Q_r} u - \inf_{Q_r} u$.

Galandarova Shehla,
doctor of philosophy in mathematics
İnstitute of Mathematics and Mechanics NAS of Azerbaijan UNEC
shahlagalandarova@yahoo.com

The solutions to dirichlet boundary value problems for polyharmonic equations in morrey spaces

A priori estimates are derived for the solutions of Dirichlet problem for the polyharmonicequations in bounded smooth domains.

The Dirichlet boundary value problem for polyharmonic equation, we consider

$$(-\Delta)^m u = f \quad in \quad \Omega,$$

$$u = \frac{\partial u}{\partial v} = \cdots = \frac{\partial^{m-1} u}{\partial v^{m-1}} = g \quad on \ \partial\Omega$$

where$\Omega \subset Rn$, $n \ge 2$ is a bounded domain with sufficiently smooth boundary.

A problem in generalized Morrey spaces isconsidered. Based on a priori estimates, the solvability of this problem in generalized Morrey spaces is proved. Similar problem for higher order uniformly elliptic equations is considered.

Also, $L_{p,\lambda} \to L_{q,\lambda}$ regularity estimates are obtained.

Gasanova Shahla,
doctor of philosophy in mathematics
Kerimova Mehriban,
doctor of Philosophy in Mathematics
İnstitute of Mathematics and Mechanics NAS of Azerbaijan
gunel.hassanova@gmail.com

The solution nonlinear elliptic-parabolic equations

Let Ω be a bounded domain in R^n, $Q_T = \Omega\times(0,T)$. We consider the initial boundary value problem

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{i,l}(x,t,u)\frac{\partial}{\partial x_j}\right)-\psi(x,t)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\sum_{i=1}^{n}b_i(x,t)\frac{\partial u}{\partial x_i}+c(x,t)u=0\ , \tag{1}$$

$$u(x,t)=f(x,t),\quad (x,t)\in\Gamma=\partial\Omega\times(0,T), \tag{2}$$

$$u(x,0)=h(x),\quad x\in\Omega\ . \tag{3}$$

Under some condition on the boundary $\partial\Omega$ and coefficients, weights functions solvability of first boundary value problem is investigated.

Gasymov Elmaga,
candidate of physico-mathematical sciences, professor
Baku State University
gasymov-elmagha@rambler.ru

Finite integral transformation

Let $f(t)$ be a complex, $\omega(t)$a real function of the real argument t $(0\le t\le T,\ T$ is some positive number) and $f,\ \omega,\ f\cdot\omega\in L([0,T])$.

Definition. We call the function $\widetilde{f}_{\pm}(\lambda,t)$, determined by the formula

$$\begin{gathered}\widetilde{f}_{-}(\lambda,t)=\int_0^t\omega(\tau)\exp\left[-\lambda\int_0^\tau\omega(\eta)d\eta\right]f(\tau)d\tau,\\ \widetilde{f}_{+}(\lambda,t)=\int_t^T\omega(\tau)\exp\left[-\lambda\int_0^\tau\omega(\eta)d\eta\right]f(\tau)d\tau,\ \ t\in[0,T],\end{gathered}\tag{1}$$

where λ is a complex number, the image of the function $f(t)$

We have:

Theorem . Let $\omega(t)\in C((0,T])\cap L([0,T]),\ \int_\tau^t\omega(\eta)d\eta>0$ for

$0\le\tau<t\le T,\ \ f(t)$ be bounded and continuous (except denumerable number of points at which it may have discontinuity of first kind) with respect to} $t\in[0,T]$.

Then for all $t(0<t<T)$, the function $f(t\pm0)\equiv\lim\limits_{\tau\to t\pm0}f(\tau)$ is represented by its own image in the form

$$f(t\pm 0)=\frac{1}{(\pi-2\theta)\sqrt{-1}}\int_{☹}\exp\left[\lambda\int_0^t\omega(\tau)d\tau\right]\tilde{f}_{\pm}(\lambda,t)d\lambda, \tag{2}$$

where ☹ is an in finite smooth line in λ -plane whose a rather distant part coincides with continuation of the rays $\arg(\lambda+a)=\pm\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)$; a,θ $(0<\theta<\pi/2)$ are some constants, and in (2) the integral with respect to ☹ is understood in the sense of principal value.

Proof. Let E_n, E_n' $(\operatorname{Im}E_n'<\operatorname{Im}E_n)$ be the points lying on ☹ for which $|E_n+a|=|E_n'+a|=R_n$ и $R_n\to\infty$ for $n\to\infty$ and $R_n\to\infty$ as $n\to\infty$. We denote the part of the line ☹between the points E_n' and E_n by $☹_n$ .Then we have

$$\int_{☹}\exp\left[\lambda\int_0^t\omega(\tau)d\tau\right]\tilde{f}_-(\lambda,t)d\lambda=\lim_{n\to\infty}\int_{☹_n}\exp\left[\lambda\int_0^t\omega(\tau)d\tau\right]\tilde{f}_-(\lambda,t)d\lambda=$$

$$=2\sqrt{-1}\lim_{n\to\infty}\left\{\int_0^{t-\varepsilon}\varphi_n(t,\tau)f(\tau)\exp\left[-(a+R_n\sin\theta)\int_\tau^t\omega(\eta)d\eta\right]d\tau+\right.$$

$$+\int_{t-\varepsilon}^t\varphi_n(t,\tau)\exp\left[-R_n\sin\theta\int_\tau^t\omega(\eta)d\eta\right]\left[\exp\left(-a\int_\tau^t\omega(\eta)d\eta\right)f(\tau)-f(t-0)\right]d\tau+ \tag{3}$$

$$\left.+f(t-0)\int_0^{l_n}\exp(-y\sin\theta)y^{-1}\sin(y\cos\theta)dy\right\},$$

$$\varphi_n(t,\tau)\equiv\left[\int_\tau^t\omega(\eta)d\eta\right]^{-1}\omega(\tau)\sin\left[R_n\cos\int_\tau^t\omega(\eta)d\eta\right],\quad l_n\equiv R_n\int_{t-\varepsilon}^t\omega(\eta)d\eta,$$

where $\varepsilon(0<\varepsilon<t)$ is an arbitrary constant .Using (3) and $\int_0^\infty\exp(-y\sin\theta)y^{-1}\sin(y\cos\theta)dy=\frac{\pi}{2}-\theta,$ $\left(0\le\theta<\frac{\pi}{2}\right)$, we get validity of (2) in the case $\tilde{f}_-(\lambda,t)$ .Validity of (4) for $\tilde{f}_+(\lambda,t)$ is established in the same way. The theorem is proved.

Assume $f_i(t)=f(t)$ for t$t_i<t<t_{i+1}$, $f_i(t_i)=f(t_i+0)$, $f_i(t_{i+1})=f(t_{i+1}-0)$, where $t_i(0=t_0<t_1<\ldots<t_m=T)$ are some points.

Corollary. If $\omega(t)\in C([0,T])$, $\omega(t)>0$ for $t\in[0,T]$ (t)>0 and the functions $f_i(t)$ are absolutely continuous with respect to $t\in[t_i,t_{i+1}]$, $(i=0,\ldots,m-1)$ (*m* is a natural number), then (2) holds for $\theta=0$ as well.

The proof of this corollary is obtained from (3) for $\theta=0$.

Guliyev Vagif,
doctor of physical and mathematical sciences, professor
Alizade Fidan,
undergraduates
Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS
vagif@guliyev.com
fidanalizade95@mail.ru

Boundedness of the fractional maximal operator in local Morrey- type spaces on Heisenberg group

We study the boundedness of the fractional maximal operator M_α on the Heisenberg group H^n in local Morrey-type spaces $LM_{p\theta,\omega}\left(H^n\right)$.We give a characterization of strong and weak type boundedness for the operator M_α in local Morrey-type spaces $LM_{p\theta,\omega}\left(H^n\right)$.

Let H^n be the (2n+1)-dimensional Heisenberg group. That is, $H^n = C^n \times R$, with multiplication $(z,t)\cdot(\omega,s) = (z+\omega, t+s+2\operatorname{Im}(z\cdot\overline{\omega}))$, where $z\cdot\overline{\omega} = \sum_{j=1}^{n} z_j\overline{\omega}_j$. The inverse element of $u=(z,t)$ is $u^{-1} = (-z,-t)$ and we write the identity of H^n as $0=(0,0)$. The Heisenberg group is a connected, simply connected nilpotent Lie group. A homogeneous norm on H^n is given by $|(z,t)| = \left(|z|^2 + |t|\right)^{1/2}$. With this norm, we define the Heisenberg ball centered at $u=(z,t)$ with radius r by $B(u,r) = \{v\in H^n : |u^{-1}v| < r\}$. The fractional maximal operator M_α is defined by

$$M_\alpha f(u) = |B(u,r)|^{-1+\frac{\alpha}{Q}} \int_{B(u,r)} |f(v)| dV(v),$$

where Q is the homogeneous dimension of the Heisenberg group H^n .

Let $0 < p,\theta \le \infty$. Denote by Ω_θ a set of all non-negative measurable functions $\omega(r)$ on $(0,\infty)$ such that $\omega(t)\neq 0$ on the set of positive measure and $\|\omega(r)\|_{L_{\theta(t_1,\infty)}} < \infty$ for some $t_1 > 0$. Let $\omega_1 \in \Omega_\theta, \omega_2 \in \Omega_{\theta,p}$.Recall that by V.S. Guliyev introduced the local Morrey-type space $LM_{p\theta,\omega_1}\left(H^n\right)$ is given by

$$\|f\|_{LM_{p\theta,\omega_1}(H^n)} = \|w_1(r)\|f\|B(0,r)\|_{L_{\theta(0,\infty)}} .$$

The main purpose of [1] is to give some succifient conditions for the boundedess of fractional integral operators and singular integral operators defined on homogenous Lie groups G in local Morrey-type space $LM_{p\theta,w_1}(G)$, In a series of papers by Burenkov V., Guliyev H. and GuliyevV.etc. be given some necessary and sufficient conditions for the boundedness of fractional maximal operators, fractional integral operators and singular integral operators in local Morrey-type spaces $LM_{p\theta,w_1}\left(R^n\right)$.

Theorem 1 . (1) Let $1 < p_1 \le \infty,\ 0 < p_2 \le \infty,\ 0 \le \alpha < Q,\ 0 < \theta_1,\ \theta_2 \le \infty,\ \omega_1 \in \Omega_{\theta_1}$ and $\omega_2 \in \Omega_{\theta_2}$. Now, if M_α is bounded from $LM_{p_1\theta_1,\omega_1}(H^n)$ to $LM_{p_2\theta_2,\omega_2}(H^n)$, then there exists a constant $C_1 > 0$ such that for all $t > 0$,

$$t^{\alpha-\frac{Q}{p_1}+\min\left(Q-\alpha,Q/p_2\right)}\left\|\frac{\omega_2(r)r^{Q/p_2}}{(t+r)^{\min\left(Q-\alpha,Q/p_2\right)}}\right\|_{L_{\theta_2}(0,\infty)}\le C_1\|\omega_1\|_{L_{\theta_1}(t,\infty)} \tag{2}$$

Let $1<p_1<\infty,\quad 0<p_2<\infty,\quad 0<\theta_1\le\theta_2\le\infty,\quad \theta_1\le p_1,\quad Q\left(\frac{1}{p_1}-\frac{1}{p_2}\right)_+\le\alpha<\frac{Q}{p_1},$

$\omega_1\in\Omega_{\theta_1},\quad \omega_2\in\Omega_{\theta_2}$ and the equality $\left\|\frac{\omega_2(r)r^{Q/p_2}}{(t+r)^{Q/p_1-\alpha}}\right\|_{L_{\theta_2}(0,\infty)}\le C_2\|\omega_1\|_{L_{\theta_1}(t,\infty)}\quad (C_2>0)$ be true for all $t>0;$ then M_α is bounded from $LM_{p_1\theta_1,\omega_1}(H^n)$ to $LM_{p_2\theta_2,\omega_2}(H^n)$.

(3) In particular, for $1<p_1<\infty,\quad 0<p_2<\infty,\quad 0<\theta_1\le\theta_2\le\infty,\quad \theta_1\le p_1,$ $Q\left(\frac{1}{p_1}-\frac{1}{p_2}\right)\le\alpha<\frac{Q}{p_1},\quad \omega_1\in\Omega_{\theta_1},\ \omega_2\in\Omega_{\theta_2}$ the operator M_α is bounded from $LM_{p_1\theta_1,\omega_1}(H^n)$ to $LM_{p_2\theta_2,\omega_2}(H^n)$ if and only if for all $t>0$,

$$\left\|\omega_2(r)r^{Q/p_2}(t+r)^{-Q/p_2}\right\|_{L_{\theta_2}(0,\infty)}\le C_3\|\omega_1\|_{L_{\theta_1}(t,\infty)}.$$

Note that, in the Euclidean setting Theorem 1 was proved in Burenkov V. I., Guliyev H. V., Guliyev V. S. «Necessary and sufficient conditions for the boundedness of fractional maximal operators in local Morrey- type spaces». The research of V.S. Guliyev was partially supported by the grant of 1st Azerbaijan-Russia Joint Grant Competition (Grant No. EIF-BGM- 4-RFTF-1/2017-21/01/1).

Hasanova Nazlı,
candidate of technical sciences, associate professor
Habibov Alfaddin,
student
Baku State University
hebibov98@bk.ru
n_gasanova@hotmail.com

Cybercrimes andPrevention Tips

Nowadays the cyber-attacks towards digital systems and organizations are rapidly increasing. Due to digitalization, organizations are in need to innovate and utilize new digital technologies and infrastructures. This process is just raising the dependency on digital systems. As result organizations, and individuals, are vulnerable to cyber risk. Attacks are becoming more organized and sophisticated. One of the main reasons for the increased threat is easy access to malicious tools.

Cybercrime is a type of crime committed with the help of computer and telecommunication technology. This type of crime is completely different from conventional crimes since it can not only be easily committed from distant places but also it is difficult to detect. In other words, it is a very low risk and high reward venture for the attacker. As the net can be accessed from any part of the world, it is very difficult to identify the culprit. Moreover, this type of crime can take the form of simple snooping into a computer system where an attacker has no authorization. It may be just simply spreading viruses in victim’s computer. It may be theft of sensitive data (credit card number). For example, we might find our company faced with theft of sensitive marketing data by one of our competitors in the marketplace.

Cybercrime can be classified into three categories: crimes against person, property and government.

1) Against persons. These cybercrimes include various crimes such as harassing anyone, for example, via e-mail. Moreover, one of the most important and widely spread cybercrimes includes distribution of obscene material.

2) Against property. This category of cybercrimes includes crimes against forms of property. These crimes involve computer vandalism and distribution of harmful viruses and programs.

3) Against government. This crime manifests itself into terrorism where an individual attacker or a group of attackers attempts to get into a government-maintained website.

These are some of the more common and important computer-related crimes:

1) Data diddling. It is a common computer-related crime which involves changing data before or during input to the computer. Data can be changed by anyone who was involved in the process of creating, transmitting, encoding this data. In order to minimize this crime, it’s important to apply internal security controls.

2) Trojan Horse attacks. It involves the placement of unwanted computer instruction in a program so the victim's computer will perform an unauthorized function. To minimize risks of this crime, it is important to implement security control measures for incoming data containing hidden content.

3) Logic bomb. This is a computer program executed at a specific time in order to cause damage to computer data or programs installed on it. In addition, the logic bomb often enters a computer system using the Trojan Horse method, but it differs from Trojan Horse attacks because their presence is detectable only after the bomb blows up. This crime can be minimized by simply using some security methods that checks the system for inappropriate content.

It is very important for organizations to know how to deal with these attacks. The purpose of this work is to compare cybersecurity solutions and to consider the advantages and disadvantages of each of them. The main objective is to find similarities, key issues and challenges and find areas of improvement of different solutions.

Hasanova Nazli,
candidate of technical sciences, lecturer, associate professor, phd.
Mirzaliyeva Aytaj,
Baku State University
Bachelor Student
mirzeliyevaaytac246@gmail.com
n_gasanova@hotmail.com

Data mining and developing business via E-commerce basket analysis method

There are great amounts of data in a world. In comprehensive world, we are actually living in the data age. Data is growing day by day and this is an irresistible increase. Business, science, medicine, engineering, society and almost every other aspect of daily life generate gigantic data sets. According to Forbes magazine, we create 2.5 quintillion bytes of data in a day and it grows day by day. Over the last two years 90 percent of the data around the world was generated. These numbers are too big, and this inevitable increase creates some problems that need to be solved. Large amount of data slow down and makes difficult to find necessary information. Improving and changing environmental conditions, the globalization world, different marketing and research methods of development, make “information” more important than “data”. The problems which big amount of data leads to understand the importance of knowledge. We do not need vast amount of data, we need useful information. Especially in business sector people need beneficial information for developing business. How can we opt beneficial information from massive amount of data? There are data mining concept which helps us to find knowledge from complicated data sets, more precisely, data mining is the process of analyzing data from different perspectives and summarizing it into useful information, including discovery of previously unknown interesting patterns, unusual records or dependencies. Data Mining has three major components Clustering, Classification, Association Rules.

- Association is the process of realizing relationships between different attributes in big customer databases.
- Clustering- group similar records together in a large database of multidimensional records.
- Classification is used in order to forecast the class label example in which only the feature attributes are known. Data analysts use these techniques for developing business.

There are two applications of data mining: research and development, I want to briefly discuss highly successful and eminent application example of data mining: business intelligence. It is crucial for businesses to acquire a better realization of the commercial context of their organization, such as their customers, the market, supply and resources, and competitors. Business needs best optimizations, solutions for developing itself because business is competitive area and every day you need new tact for being more distinctive and better than others. Business can get potential benefits from data mining. For instance, identify previously unseen relationships between business and data sets, better predict future trends and behaviors, extract valuable knowledge from database, generate business action built on data insights. There are some examples of how data mining assist to improve business competitiveness:

- Sales forecasting: analyzing when costumer bought something and by means of data try to predict when they would buy it again.
- Database Marketing: examining customer purchase patterns and looking at the demographics and psychographics of customers to build predictive profile of the customer.
- Market Segmentation: a classic use of data mining, using data to break down a market into meaningful segments like age, income, occupation, gender, interests, tastes and etc.
- E-commerce basket analysis: this strategy uses data mining to forecast future customer behavior by past performance of customer, like what they bought, and data mining tries to find patterns and relations among these products.

E-commerce basket analysis strategy is so simple. It works like: people bought example_1, example_2, and example_3, together. If they buy these products together regularly, they will buy them together again in the future. So, analytics offer to put these 3 products together to eliminate the chances of forgetting to buy one of these products or persuade them to buy these products and this tricky method improve sales. This method is so useful and in America some retail corporations utilize it. For example, thanks to data mining techniques, sales of Walmart suddenly ascended. Correct arrangement of products increased sales volume. Walmart is the real example of beneficial sides of data mining applications in business development. Sales of the future will not only depend on quality of products or advertisements, promotions. It will depend on professional data analysis and who will use these methods intelligently, they will advance their business.

Hacıyeva Rəna,
pedaqogika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
Süleymanov Nizami,
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
Mehdiyev Hicran,
texnika üzrə fəlsəfə doktoru,dosent
Hacıyev Rəmzi,
baş müəllim
Qərbi Kaspi Universiteti
Bakı Dövlət Universiteti

İnformatika fənninin riyaziyyatla əlaqəli tədrisində C^{++} proqramlaşdırma dilinin elementlərindən istifadə edilməsi

İnformatika fənninin tədrisində mühüm məsələlərdən biri digər elmlərin əsaslarına daha dərindən yiyələnmək üçün tələbələri informatikanın mahiyyətini açan fundamental biliklər və praktiki vərdişlərlə silahlandırmaqdan ibarətdir. Bu baxımdan informatika fənninin digər fənlərlə əlaqəli tədrisi aktual olaraq digər elmlərin əsaslarına dərindən yiyələnmək üçün əlverişli zəmin yaradan vasitələrdən biri hesab edilməlidir. İnformatika fənninin riyaziyyatla əlaqəli tədrisinin daha geniş imkanlara malik olduğunu inkar etmək mümkün deyildir.

İnformatika fənninin tədrisində riyaziyyat fənni ilə sistemli olaraq əlaqənin yaradılması məqsədi ilə riyaziyyat fənninin proqramları təhlil edilməli və əlaqə üçün daha məqsədəuyğun mövzular seçilməlidir. Bir məqalədə yaradılan bütün əlaqələri araşdırmaq mümkün olmadığı üçün informatika fənni üzrə «Fərdi funksiyalar» mövzusu, riyaziyyat fənnindən isə «Müəyyən inteqral. İnteqralların hesablanması.» mövzusu seçilmişdir. Hər iki mövzu əlaqəni ətraflı izah etmək üçün geniş imkanlara malikdir

Mövzular arasında əlaqənin effektiv təşkili, vaxtdan səmərəli istifadə etmək məqsədi ilə tələbələrə əvvəlcədən trapesiyalar üsulunun təkrarı və əsas hesablama düsturlarının araşdırılması tapşırılır. İnformatika fənni üzrə müəllim inteqralın trapesiyalar üsulu ilə hesablanması üçün məlum düsturdan hazır formada istifadə edir.

Belə nəticəyə gələ bilərik ki, təqdim olunan metodika ilə informatikanın “Fərdi funksiyalar” mövzusunun riyaziyyat fənnindən «Müəyyən inteqral. İnteqralların hesablanması» mövzusu ilə əlaqəsini yaradarkən həm seçilmiş mövzu tam açılmış olur, həm də tələbələr kompüterdə inteqralların təqribi hesablanması üçün zəruri məlumatlar əldə edir və praktik vərdişlər mənimsəyirlər.

Beləliklə,bir-biri ilə üzvi şəkildə bağlı olan informatika və riyaziyyat fənni arasında əlaqənin yaradılması yollarından biri nəzəri və praktik olaraq nümayiş etdirildi.

Həbibov Şakir,
baş müəllim
Həsənova Nüfər,
bakalavr
Lənkəran Dövlət Universiteti
hesenovan80@gmail.com

Elmi informasiya axınının artma qanunu

Elmi İnformasiya Axınının Artma sürəti onun mövcud səviyyəsi ilə düz mütənasib qəbul oluna bilər.Hazırda elmi səviyyə,yəni publikasiyaların sayı y olarsa,informasiya axınının artma sürəti:

$$\frac{dy}{dt}=ky$$

olar.Burada $k = \frac{1}{y}\frac{dy}{dt}$nisbi sürəti elmi sahəni xarakterizə edir.

Tənliyi həll etsək , alarıq:$\frac{dy}{y}$=kdt və ya $y = ce^{kt}$

c sabiti elmi informasiya axınının başlanğıc səviyyəsini göstərir.

Maraqlıdır ki,nisbi sürət 7% olarsa ,elmi informasiya axınının 2 dəfə artması üçün 10ilvaxt lazımdır.Doğurdanda başlanğıc anda elmi informasiya axınının səviyyəsi y_0,t=T ildənsonra $2y_0$olarsa,alarıq:

$$2y_0=y_0e^{kt}$$

Buradan$2=e^{kt}$,$T=\frac{\ln 2}{k} = \frac{0,69}{0,07} = 10$ il

Xarici tormozlayıcı qüvvələrin təsiri səbəbindən informasiya axınının göstərilən eksponensial artma qanunu dəyişə bilər.Elmi informasiya axınının artması onun müəyyən səviyyəsi ilə hüdudlanarsa,artma qanunu aşağıdakı diferensial tənliklə ifadə olunur.

$\frac{dy}{dt} = ky(b-y)$ $\qquad$ $k>0, y\epsilon(0,b)$

b –publikasiyaların maksimal mümkün qiymətidir.Elmi informasiya axınının nisbi sürəti

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dt} = k(b-y)$$

y – in xətti funksiyasıdır.

Bu diferensial tənlik dəyişənlərinə ayrıla bilən tənlikdir:$\frac{dy}{y(b-y)}$=kdt

Hər ikin tərəfi inteqrallasaq alarıq:

$$\frac{1}{b}\int\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{b-y}\right)dy = kt + c$$

$$\frac{1}{b}\ln\frac{y}{b-y} = kt + c$$

$c = \frac{-1}{b}\ln a$ qəbul etsək

$$\frac{1}{b}\ln\frac{y}{b-y} + \frac{1}{b}\ln a = kt$$

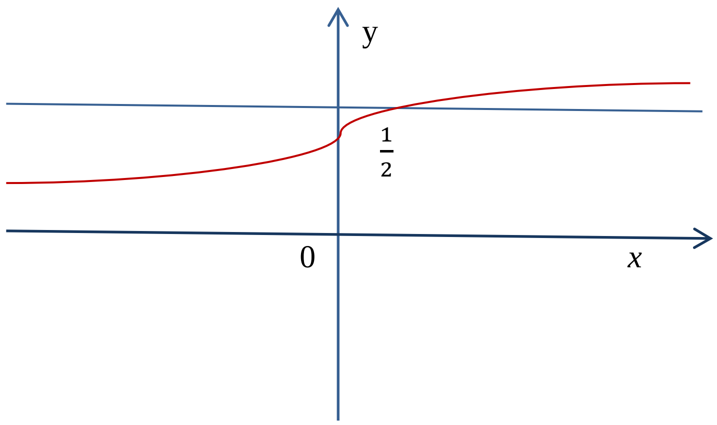
Buradan $\ln\frac{ay}{b-y} = bkt; \frac{ay}{b-y} = e^{bkt}$

Çevirmələr aparsaq aşağıdakı nəticəni alarıq:

$$x = \frac{b}{1+ae^{-bkt}}$$

Bu tənliklə ifadə olunan əyri üçün y=0 və y=b düz xəttləri üfüqi asimptotlardır.

a=b=1 olduqda əyri şəkildə təsvir olunduğu kimi olar.



Bu əsasən Fizika sahəsinə tətbiq oluna bilər.

Həbibov Şakir,
baş müəllim
hebibovshakir@gmail.com
Lənkəran Dövlət Universiteti

Riyaziyyat dərslərində şagirdlərin fəallaşdırılması

Şagirdlərin tədris prosesində fəallığa nail olmasının mühüm şərtlərindən biri öyrənilən materialı şagirdlərə hazır reproduktiv şəkildə deyil,problem məsələ kimi təqdim olunmasıdır.Bunun isə əsasında problemli situasiyanın yaradılması durur.

Problemli situasiya şagirdin elə psixoloji vəziyyətidir ki,o başa düşməkdə çətinlik çəkir və ona görə də məsələnin həlli üçün daha fəal düşünməli olur.

"İnsanda o zaman düşünmə fəallığı yaranır ki,o,nəyi isə başa düşmək tələbatı ilə qarşılaşsın." Rubinşteyn.

Şagirdlərin fəallığını artırmaqdan ötrü problemli situasiya bir sıra tələblərə cavab verməlidir.

1.Şagirdlərə təqdim olunan problem məsələ kifayət qədər çətin,lakin onların bilik səviyyəsinə uyğun olmalıdır.

2.Problemin həlli ilə əldə olunan informasiya şagirdlər üçün əhəmiyyətli olmalıdır.

3.Problem şagirdlərin malik olduqları biliklər əsasında həll olunmalı deyildir.Onlarda yeni biliklər qazanmağa təşəbbüs yaratmalıdır.

4.Situasiya özünün qeyri-standart olmağı ilə şagirdlərdə maraq yaratmalıdır.

Şagirdin emosional fəallığına təsiri baxımından problemli situasiyanı iki növə ayırmaq olar:

1.Şagirdlərin təəccüblənməsinə səbəb olan problemli situasiya.

2.Şagirdlərin başa düşməkdə çətinlik çəkməsi ilə müşayiət olunan problemli situasiya.

Şagirdlərin təəccüb etməsinə səbəb olan problemli situasiyanın yaradılması zamanı müəllim şagirdlərə elə sual və ya məsələ təqdim edir ki,onların əminliklə verdikləri cavab səhv olsun.

Məsələn:Şagirdlər bölmə əməlinin tərifinə görə bilirlər ki,a ədədini b-yə bölmək elə c ədədinin tapılması deməkdir ki $b\cdot c=a$ olsun.Müəllim şagirdlərə belə bir sualla müraciət edir: 5-i 0-a böldükdə nəyə bərabər olar?

Şagirdlərin bir hissəsi bunun 0-a bərabər olmasını deyir.Tərifə görə yoxlama aparılır: $0\cdot 0\neq 5$.

Digər hissəsi 5-ə bərabər olduğunu deyir.Yenə yoxlama aparılır: $0*5\neq 5$.

Problemli situasiya yaranır.Şagirdlərin başa düşməkdə çətinlik çəkməsi ilə müşayiət olunan problemli situasiyanın yaradılması zamanı müəllim şagirdlərə elə məsələ təqdim edir ki,onu həll etmək üçün şagirdlərin kifayət qədər biliyi olmasın.

Məsələn:Şagirdlər kvadrat tənliyi həll etməyi bacardıqları halda müəllim şagirdlərə elə məsələ təklif edir ki Viyet teoremini bilmədən həll etməkdə çətinlik çəkirlər.

Ümumiyyətlə,belə bir qənaətə gəlmək olar ki,şagirdləri fəallığa aparan yollardan biri onların təəccüb etməsinə səbəb olan və ya başa düşməməsi ilə müşayiət olunan problemli situasiyanın yaradılmasından keçir.

Həbibov Vahab,
baş müəllim
Lənkəran Dövlət Universiteti
vahab.hebibov@mail.ru

İnteqral sərhəd şərtli istilikkeçirmə tənliyi üçün optimal idarəetmə məsələsinin korrektliyi və optimallığın zəruri şərti

Tutaq ki, idarə olunan proses $Q_T=\{(x,t):0<x<\ell, 0<t<T\}$-də inteqral sərhəd şərtli istilikkeçirmə tənliyi üçün aşağıdakı qeyri-lokal başlanğıc-sərhəd məsələsi ilə təsvir edilmişdir:

$$u_t - u_{xx} + \upsilon_1(x,t)u = \upsilon_2(x,t),\ (x,t)\in Q_T, \tag{1}$$

$$u(x,0) = \varphi(x),\ 0 \le x \le \ell, \tag{2}$$

$$u_x(0,t) = 0,\ u_x(\ell,t) = \int_0^{\ell} H(x)u_x(x,t)dx + \upsilon_3(t),\ 0 < t \le T, \tag{3}$$

burada $\varphi(x)\in W_2^1(0,\ell)$, $H(x)\in \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,\ell)$ -verilmiş funksiyalardır, $\upsilon = (\upsilon_1(x,t),\upsilon_2(x,t),\upsilon_3(t)) -$ idarəedici, $u = u(x,t) = u(x,t;\upsilon) -$ isə (1)-(3) məsələsinin υ idarəedicisinə uyğun həllidir.

Mümkün idarəedicilər çoxluğunu qeyd edək:

$$V = \{\upsilon = (\upsilon_1(x,t),\upsilon_2(x,t),\upsilon(t)) \in H = L_2(Q_T)\times L_2(Q_T)\times W_2^1(0,T) : |\upsilon_1(x,t)| \le d_1 \ s.h.y.\ Q_T\text{-}d\text{ə},$$

$$\|\upsilon_2\|_{L_2(Q_T)} \le d_2,\ \|\upsilon_3\|_{W_2^1(0,T)} \le d_3 \}, \tag{4}$$

burada $d_1, d_2, d_3 > 0 -$ verilmiş ədədlərdir.

(1)-(3) sərhəd məsələsinin bütün mümkün $\upsilon \in V$ idarəedicilərinə uyğun $u = u(x,t;\upsilon)$ -həlləri çoxluğunda

$$J(\upsilon) = \int_0^{\ell} |u(x,T;\upsilon) - y(x)|^2 dx \tag{5}$$

funksionalını minumumlaşdıraq. Burada $y(x)\in W_2^1(0,\ell) -$ verilmiş funksiyadır.

(1)-(5) məsələsinin qoyuluşunun korrektliyi aşağıdakı teoremdə ifadə olunmuşdur.

Teorem 1. Tutaq ki, (1)-(5) məsələsinin qoyuluşunda verilmiş şərtlər ödənir.Onda (1)-(5) məsələsinin optimal idarəedicilər çoxluğu $V_* = \{\upsilon_* \in V : J(\upsilon_*) = J_* \equiv \inf\{J(\upsilon) : \upsilon \in V\}\}$ boş deyil, V_*, H -dazəif kompktdır və (5) funksionalının ixtiyari $\{\upsilon^{(n)}\}$ ardıcıllığı H-da V_*-coxluğuna zəyif yığılır. .

(1)-(5) məsələsi üçün $\psi = \psi(x,t) = \psi(x,t;\upsilon)$ həllinə malik aşağıdakı qoşma sərhəd məsələsini daxil edək:

$$\psi_t + \psi_{xx} - \upsilon_1(x,t)\psi - K'(x)\psi(\ell,t) = 0,\ (x,t)\in Q_T, \tag{6}$$

$$\psi(x,T) = 2[u(x,T;\upsilon) - u_T(x)],\ 0 \le x \le \ell, \tag{7}$$

$$\psi_x(0.t) = 0,\ \psi_x(\ell,t) = 0,\ 0 \le t < T \tag{8}$$

(5) məqsəd funksionalının diferensiallanması aşağıdakı teoremdə ifadə olunmuşdur.

Teorem 2. Tutaq ki, (1)-(5) məsələsinin qoyuluşunda verilmiş şərtlər ödənir.Onda (5) funksionalı V- də Freşe mənada diferensiallanandır və onun diferensialı $\upsilon \in V$- nöqtəsində $\Delta\upsilon = (\Delta\upsilon_1, \Delta\upsilon_2, \Delta\upsilon_3) \in H$ artımı üçün

$$dJ(\upsilon,\Delta\upsilon) = \int_{Q_T} (u\psi\Delta\upsilon_1 + \psi\Delta\upsilon_2)dxdt + \int_0^T \psi(\ell,t;\upsilon)\Delta\upsilon_3(t)dt \tag{9}$$

bərabərliyi ilə təyin olunur.

(5) funksionalının qradiyenti üçün aşkar şəkildə ifadə almaqdan ötrü həlli $\theta = \theta(t) = \theta(t;\upsilon)$ funksiyası olan

$$-\theta''(t) + \theta(t) = \psi(\ell,t;\upsilon),\ 0 < t < T\ , \tag{10}$$

$$\theta'(0) = \theta'(T) = 0. \tag{11}$$

sərhəd məsələsini daxil edirik.

Sonra isə (5) funksionalının qradiyenti üçün ifadə alınmışdır.Qradiyentin bu ifadəsi aşağıdakı teormdə göstərilmişdir.

Teorem 3. Tutaq ki, (1)-(5) məsələsinin qoyuluşundakı şərtlər ödənir. Onda (5) funksionalının qradiyenti ixtiyari $\upsilon \in V$ nöqtəsində

$$J'(\upsilon) = (u(x,t;\upsilon)\psi(x,t;\upsilon), \psi(x,t;\upsilon), \theta(t;\upsilon)) \quad (12)$$

bərabərliyi ilə təyin olunur və $\upsilon \to J'(\upsilon)$ inikası V -dən H -a kəsilməz təsir edir.

(1)-(5) məsələsində idarəedicinin optimallığı üçün zəruri şərt alınmışdır.Bu aşağıdakı teoremdə ifadə olunmuşdur.

Teorem 4. Tutaq ki, (1)-(5) məsələsinin qoyuluşundakı şərtlər ödənir.Onda $\upsilon_* = (\upsilon_{1*}, \upsilon_{2*}, \upsilon_{3*}) \in V$ idarəedicisinin optimallığı üçün zəruri şərt ixtiyari $\upsilon = (\upsilon_1, \upsilon_2, \upsilon_3) \in V$ üçün

$$\int_{Q_T} [u_* \psi_* (\upsilon_1 - \upsilon_{1*}) + \psi_* (\upsilon_2 - \upsilon_{2*})] dx dt + \int_0^T [\theta_*' (\upsilon_3' - \upsilon_{3*}') + \theta_* (\upsilon_3 - \upsilon_{3*})] dt \geq 0 \quad (13)$$

bərabərsizliyinin ödənilməsidir. Burada $u_* = u(x,t;\upsilon_*)$, $\psi_* = \psi(x,t;\upsilon_*)$, $\theta_* = \theta(t;\upsilon_*)$ funksiyaları $\upsilon = \upsilon_*$ olduqda uyğun olaraq (1)-(5);(6)-(8);(10),(11) məsələlərinin həlləridir.

Həmidov Rafael,
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Mütəllimov Mütəllim,
texnika elmləri doktoru
Hüseynova Xatın,
doktorant
Bakı Dövlət Universiteti
shekihamidov@gmail.com
mutallim@mail.ru
xatin14@mail.ru

Qərar qəbuletmənin böyük ölçülü bir məsələsi

Bir çox qərar qəbuletmə məsələlərində "ən yaxşı" variant $L_2^n[0,T]$ −yə daxilolan və aşağıdakı şərtləri ödəyən n-ölçülü $x(t)$ vektor funksiyaları içərisindən seçilməklə qərar qəbul edən tərəfindən istifadə olunub tətbiq olunur.

$$\begin{gathered} x(t) - A(t)x(t) - \int_0^t H(t,\tau)x(\tau)d\tau \leq b(t), \\ x(t) \leq d(t), \\ x(t) \geq 0 \end{gathered} \quad (1)$$

Burada $b(t), d(t), A_{ij}(t), H_{ij}(t,\tau), i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n$ qabaqcadan məlum olan funksiyalardır.

Məsələn, ən yaxşı $x(t)$ variantının (1) şərtini ödəməklə seçimi, k sayda

$$\int_0^\tau c^k(\tau)x(\tau)d\tau (2)$$

kimi xətti funksionallarının eyni zamanda ən böyük qiymət alması şərti daxilində icra olunması tələb oluna bilər. Başqa sözlə (1),(2) çoxkriteriyalı məsələni həll etmək lazım gələ bilər. Bu zaman qarşıya çıxan çətinliklərdən başlıcası tələb olunan "ən yaxşı" varianta aparan ədədi proseduranın çox böyük ölçü problemi ilə qarşılaşmasıdır. Təqdim olunan işdə bu kimi çətinliyin aradan qaldırılması yolları araşdırılır.

Həsənov Allahverdi,
texnika elmləri doktoru, professor
Sadiqov Elnur,
aspirant
hesenli_ab@mail.ru
Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının İdarəetmə Sistemləri İnstitutu

Aqroekologiya məsələlərinin riyazi modelləşdirilməsi

Təqdim olunan işdə torpaq ekoloji sistemlərində müasir problemlərin həllində sistemli yanaşma konsepsiyası əsasında riyazi modellərin yaradılması, onların adekvatlığının yüksəldilməsi və praktiki məsələlərin həllinə tətbiqi üsullarının işlənilməsi məqsədilə elmi yanaşma tədqiq olunmuşdur. Alınan nəticələr təbii resurslardan rasional istifadə olunması və ətraf mühitin mühafizəsi, torpaq münbitliyinin qiymətləndirilməsi sahəsində bir çox prakriki məsələlərin həllində istifadə oluna bilər.

Elmi-texniki inkişaf, ən əsası isə sivilizasiyanın energetik gücünün intensiv artımı dərin elmi analiz tələb edən bir çox problemlərin həllinin vacibliyini ön plana çəkir. Bu tələblər insan cəmiyyətinin fəaliyyətinin ətraf mühitə birbaşa təsiri nəticəsində yaranmış və təcili həllini tələb edir. Lokal xarakterli tədqiqatlar nə qədər vacib olsalarda, getdikcə kifayət etmir və bəşər cəmiyyətinin gələcək mövcudluğu üçün biosferin ümumi tədqiqini tələb edir. Ətraf mühitə insanın antropogen təsirini idarə etmək, onların yarada biləcəyi ekoloji təsirləri proqnozlaşdırmaq, zərərli nəticələri minimallaşdırmaq, əkinəyararlı sahələri şorlaşmadan və səhralaşmadan, eroziya və digər təbii və antropogen təsirlərdən qorumaq, torpaq sahələrinin məhsuldarlıq xüsusiyyətlərinin monitorinqi və idarəsi üçün riyazi modellər yaratmaq, onların adekvatlığını təmin etmək qarşıda duran ən vacib məsələlərdən biridir.

Təcrübə göstərir ki, demək olar ki, aqroekoloji sahəyə aid olan bütün torpaq sahələrinin əsas münbitlik və istehsal xarakteristikalarını təyin etmək üçün həmin sahələrin müxtəlif şaquli genetik kəsiklərində aşağıdakı göstəricilərin qiymətləri hər fəsil üçün ölçülməli və ilkin verilənlər kimi gələcək istifadə üçün formalaşdırılmalıdır.

- Hiqroskopik nəmlik, % ;
- Humus, % ;
- Azot, % ;
- CO_2, % ;
- $CaCO_3$, % ;
- C:N, const
- Udulmuş Ca, mq/ekv ;
- Udulmuş Mg, mq/ekv ;
- PH, const

Bu göstəricilərin hamısının laborator təyinatı mümkün olmazsa, və ya torpaq sahəsi haqda informasiya qeyri-bitkin, qeyri-müəyyən və ya qeyri-səlis olarsa, məlum riyazi üsullarla onların emalı və ilkin verilənlər bazasının dinamik formalaşdırılması və idarəetmə sisteminin yaradılması mümkündür.

Yuxarıda sadalanan minimal həcmli informasiyanın məqsədə uyğun şəkildə idarə olunması torpaq massivinə aqrofiziki təsir (şumlama, suvarma və s.), aqrokimyəvi təsir (mineral gübrələrin verilməsi, aqroiqlim və günəş radiasiyasının nəzərə alınması) ilə yerinə yetirilə bilər.

Bunun üçün isə, hər bir prosesin mümkün qədər geniş riyazi modeli yaradılmalı, bu modeldə uyğun fiziki-kimyəvi dəyişmələr nəzərə alınmalıdır.

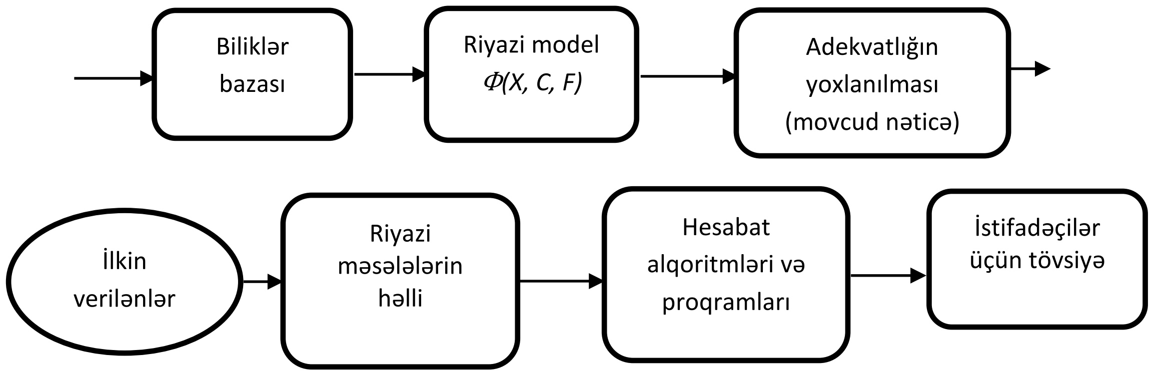
Göründüyü kimi aqroekosistem kifayət qədər mürəkkəb sistemdir, ona görə də istər zaman, istərsə də məkan baxımından onun ən effektiv tədqiqat üsulu riyazi modelləşdirmədir.

Fərz edək ki, bu sistemi formalaşdıran əsas elementlər $x_1, x_2, \ldots . x_n$ - n saydadır. Onda daxili elementlərdən düzəldilmiş $X = \{x_1, x_2, \ldots . x_n\}$ çoxluğu bu sistemin tərkibi adlanır. Bu elementlər öz aralarında müxtəlif rabitələrə malikdirlər və uyğun münasibətlərlə səciyyələnirlər, yəni təbii tam sistem əmələ gətirirlər. Lakin bu elementlər insanın antropogen fəaliyyəti zamanı birtərəfli və qarşılıqlı xarici təsirlərə məruz qalırlar. Konkret xarici təsirlərin çoxluğunu $C = \{c_1, c_2, \ldots . c_m\}$ ilə işarə edək və onu ətraf mühit adlandıraq. Bu iki sistemin elementləri arasındakı münasibətlər (rabitələr) çoxluğunu $F = \{f_1, f_2, \ldots . f_k\}$ işarə edək. Bütün bu çoxluqların elementləri ümumiyyətlə, zaman və məkan daxilində dəyişə bilir., yəni $X(r,\varphi,t), C(r,\varphi,t), F(r,\varphi,t)$ və s. kimi formalaşdırılır. Burada r- hər hansı hesabat mərkəzindən olan məsafə, φ - isə həmin nöqtəni xarakterizə edən müstəvi bucaqdır. Aqroistehsal məzmuna malik kənd təsərrüfatı təyinatlı konkret sahə üçün yalnız zamandan asılılığın götürülməsi daha məqsədə uyğundur. Bütün bu üç çoxluğun ən ümumi halda fəaliyyətini sistemin funksionallığının ifadəsi yəni

$$\Phi(r,\varphi,t) = \{X(r,\varphi,t), C(r,\varphi,t), F(r,\varphi,t)$$

şəklində yaza bilərik. Beləliklə, aqroekologiya məsələlərinin tədqiqində sistemli yanaşmanın əsas mahiyyəti $\Phi(r,\varphi,t)$ ifadəsinin məqsədəuyğun şəkildə idarəsi, məhsuldarlığın proqnozlaşdırılması, $C(r,\varphi,t)$ – nin bəzi elementlərinin minimallaşdırılması, $X(r,\varphi,t)$ – nin bəzi elementlərinin dəyişdirilməsi, $F(r,\varphi,t)$ – nin elementlərinin adekvatlığını daha da artırmaq üçün yeni, daha dəqiq və geniş miqyaslı riyazi modellərin yaradılması, ən yeni hesablama texnologiyalarına əsaslanan komputer modellərinin yaradılması çox vacibdir.

İstənilən tip və məzmunlu məsələlərin həllinə sistemli yanaşma müəyyən təbii məkan üçün baxılan zaman daxilində orginalın adekvat riyazi modelini də özündə saxlayan komputer modelinin yaradılması, alınan nəticələrin müəyyən təklif və (rekomendasiya) şəklində istifadə üçün təqdim etməkdir. Baxılan məsələnin həllinin ən sadə funksional sistemi aşağıdakı kimi ola bilər.



Yalnız bir qida rejimini nəzərə alan bir faktorlu eksperimentlərin nəticələrinə görə, "riskli kənd təsərrüfatı" zonasında məhsulun proqramlaşdırılması (moderatorlaşdırma) qəbuledilməz şəkildə böyük hesablama səhvlərinə yol aça bilər. Məhsulun məhsuldarlığının riyazi modelini istifadə edərək, standart meteoroloji məlumatlardan istifadə ilə, agronomik təcrübənin faktorunu artırarkən bu səhvlərin qarşısını almaq asan olar. Baxılan işdə ekoloji faktorların məhsuldarlığa təsirinin riyazi modeli təklif edilmişdir. Göründüyü kimi, məhsulu formalaşdıran faktorlar sayının artması ilə məhsulun modelləşdirilməsinin (hesablanmasının) dəqiqliyi artır. Riyazi modelləşdirmə imkanları göstərir ki, bu bir faktordan çoxfaktorlu agronomik tədqiqata qədər, əldə edilmiş eksperimental nəticələr təhlil edilərkən bitki dövrünün nəm və istilik tədarükünü xarakterizə edən meteoroloji məlumatlardan əlavə məlumat əldə etmək imkanı verir. Nəm təminatının şərtləri olduqca dəqiq bir şəkildə böyümək mövsümündə düşən yağışla təsvir edilə bilər və istilik təchizatı həmin dövrdə maksimal gündəlik hava temperaturu ilə xarakterizə edilə bilər. Analizdə əlavə su və istilik, mineral gübrələr və s. faktorlarının daxil edilməsi sahəsində təcrübənin faktikliyini artırmaqla yanaşı təklif olunan riyazi model əsasında nəticələrin etibarlılığını əhəmiyyətli dərəcədə artırmaq mümkündür.

Həşiмov Sadıq,
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Bakı Dövlət Universiteti
s.hashimov@list.ru

Qeyri lokal sərhəd şərtli yüklənmiş parabolik tənlik üçün optimal idarəetmə məsələsi

İşdəqeyri lokal sərhəd şərtli yüklənmiş parabolik tənlik üçün optimal idarəetmə məsələsinin qoyuluşu gətirilir. Baxılan optimal idarəetmə məsələsində sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həllinin varlığı və yeganəliyi öyrənilmiş və həll üçün qiymətləndirmə alınmışdır.

Fərz edək ki, $\ell, T>0$ verilmiş ədədlərdir və $Q_T=\{(x,t):0<x<\ell,\ 0<t\le T\}$. Tutaq ki,

$$J(\upsilon)=\int_0^\ell |\,u(x,T;\upsilon)-y(x)\,|^2dx \tag{1}$$

(1) funksiyonalını aşağıdakı şərtlər ödəməklə minimallaşdırmaq tələb olunur:

$$u_t-(k(x,t)u_x)_x+\sum_{k=1}^m\alpha_k u(\xi_k,t)=f(x,t),\ (x,t)\in Q_T,, \tag{2}$$

$$u(x,0)=\varphi(x),\ 0\le x\le\ell, \tag{3}$$

$$\begin{cases} k(0,t)u_x(0,t)=\beta_1u(0,t)+\int_0^\ell udx-\mu_1(t), \\ -k(l,t)u_x(l,t)=\beta_2u(l,t)-\mu_2(t), \quad 0<t\le T, \end{cases} \tag{4}$$

$$V=\{\upsilon(x,t)=f(x,t)\in L_2(Q_T):\ \|f(x,t)\|_{L_2(Q_T)}\le R\}. \tag{5}$$

Burada $\beta_1,\beta_2,T,R>0$ -verilmiş ədədlərdi. α_k - sabit ədədlərdir $k=\overline{1,m}$, $0<\xi_1<\xi_2<....<\xi_m<l\ (0,l)$ -də fiksə olunmuş nöqtələrdir. $y(x)\in W_2^1(0,\ell)$, $\varphi(x)\in W_2^1(0,\ell),\ \mu_1(t),\mu_2(t)\in \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,T)$ -verilmiş funksiyalar, $\upsilon=f(x,t)$ -idarəedici funksiya, $u=u(x,t)=u(x,t;\upsilon)$ (2)-(4) sərhəd məsələsinin $\upsilon=\upsilon(x,t)$ idarəetmələrinə uyğun həllidir.Bundan başqa aşağədakı şərtlər ödənilir.

$$0<\nu\le k(x,t)\le\mu,\ |k_x(x,t)|\le\mu_3,\ |k_t(x,t)|\le\mu_4 \text{ s.h y. } Q_T\text{-də.} \tag{6}$$

buradfa $\mu\ge\nu>0,\ \ \mu_3,\mu_4>0$ verilmiş ədədlərdir .

(2)-(4) sərhəd məsələsinin həlli, ixtiyari $\eta(x,t)\in W_2^{1,1}(Q_T)$, $\eta(x,T)=0$ üçün aşağıdakı inteqral münasibətini ödəyən

$$\iint_{Q_T}\left(-u\eta_t+k(x,t)u_x\eta_x+\sum_{k=1}^m\alpha_k\delta(x-\xi_k)u\eta\right)dxdt=\iint_{Q_T}f(x,t)\eta dxdt+\int_0^l\varphi(x)\eta(x,0)dx-$$
$$-\int_0^T(\beta_2u(l,t)-\mu_2(t))\eta(l,t)dt-\int_0^T(\beta_1u(0,t)+\int_0^l u(x,t)dx-\mu_1(t))\eta(0,t)dt.$$

$V_2^{1,0}(Q_T)$ fəzasından olan $u=u(x,t)$ ümumiləşmiş həll başa düşulur.

Məlum daxilolma teoreminə görə $V_2^{1,0}(Q_T)\subset L_2(0,T;C[0,l])$. Ona görədə $u\in L_2(0,T;C[0,l])$.

Məlum [2, c.165-171] -işində olan nəticələrə görə, qəbul olunmuş fərziyələrə görə göstərmək olar ki, (2)-(4) sərhəd məsələsinin hər bir $\upsilon(x,t)\in V$ mümkü idarəetmələri üçün yeganə $u(x,t;\upsilon)\in V_2^{1,0}(Q_T)$ ümumiləşmiş həlli var və həll üçün aşağıdakı aprior qiymətləndirmə doğrudur.

$$\|u\|_{V_2^{1,0}(Q_T)} \equiv \max_{0\le t\le T}\|u(x,t;\upsilon)\|_{L_2(0,\ell)} + \|u_x\|_{L_2(Q_T)} \le M_1(\|f\|_{L_2(Q_T)} + \|\varphi\|_{L_2(0,\ell)} + \|\mu_1\|_{L_2(0,T)} + \|\mu_2\|_{L_2(0,T)}).$$

Bundan başqa $V_2^{1,0}(Q_T)$ fəzasından olan (2) – (4) məsələsinin ümumiləşmiş həlli $W_2^{2,1}(Q_T)$ fəzasına daxil olar və həll üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur.

$$\|u\|_{W_2^{2,1}(Q_T)} \le M_2(\|f\|_{L_2(Q_T)} + \|\varphi\|_{W_2^1(0,\ell)} + \|\mu_1\|_{W_2^1(0,T)} + \|\mu_2\|_{W_2^1(0,T)}).$$

Burada $M_1, M_2 > 0$ υ -dən aslı olmayan müəyyən sabitlərdir.

Hüseynov Hidayət,
professor, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru
Bakı Dövlət Universiteti
AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika institutu
hmhuseynov@gmail.com

Bütün sıfırları həqiqi olan bir sinif tam funksiyalar haqqında

Tezisdə

$$F(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{i\lambda x}dx (1)$$

şəklində tam funksiyalara baxılır və elə $f(x)$ funksiyalar sinfi tapmağaçalışılır ki, uyğun $F(\lambda)$ funksiyasının bütün sıfırları həqiqi olsun. Məlumdur ki, $f(x) = e^{-\alpha x^{2m}}$ ($\alpha > 0, m > 2$- natural ədəddir) və$f(x) = ch\frac{9}{2}x \cdot e^{-2\pi ch2x}$, $f(x) = (2\pi ch\frac{9}{2}x - 3ch\frac{5}{2}x)e^{-2\pi ch2x}$ olan hallarda $F(\lambda)$ funksiyasının bütün sıfırları həqiqidir.

$$f(x) = 2\sum_{n=1}^{\infty}\left(2\pi^2n^4e^{\frac{9}{2}x} - 3\pi n^2e^{\frac{5}{2}x}\right)e^{-\pi n^2e^{2x}}$$

olan halda, B.Riman tərəfindən $F(\lambda)$-nın bütün sıfırlarının həqiqi olması haqqında hipotez 1859-cu ildə irəli sürülsə də, indiyə qədər bu məsələ öz həllini tapmayıb.

Qeyd edək ki, bütün sıfırları həqiqi olan tam funksiyalar haqqında belə bir teorem doğrudur: bütün sıfırları həqiqi olan tam funksiyalar ardıcıllığı kompleks müstəvinin istənilən kompakt çoxluğunda müntəzəm yığılırsa, onda limit funksiyanın da bütün sıfırları həqiqidir. Odur ki, (1)-də $f(x)$ əvəzinə $f_c(x) = f(x)\omega(x;c)$ götürməklə$F_c(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_c(x)e^{i\lambda x}dx$ funksiyasına baxmaq daha məqsədəuyğundur. Burada

$$\omega(x;c) = \begin{cases} exp\left\{1 - \frac{1}{2}\left[\left(\frac{c}{c+x}\right)^{\alpha(c)} + \left(\frac{c}{c-x}\right)^{\alpha(c)}\right]\right\}, & |x| < c, \\ 0, & |x| \ge c, \end{cases}$$

$c > 0$ və $\alpha(c) = c^\beta, 0 < \beta < 1$.

Lemma. $0 < f(x) \le Me^{-\gamma|x|^{1+\varepsilon}}(M > 0, \gamma > 0, \varepsilon > 0)$ şərti ödənirsə və $K \subset \mathbb{C}$ istənilən kompakt çoxluqdursa, onda

$$\lim_{c\to+\infty}\sup_{\lambda\in K}|F_c(\lambda) - F(\lambda)| = 0 .$$

Aşağıdakı işarələməni qəbul edək:

$$\rho^*_{c,n}(f) = \left[\frac{1}{(n!)^4}\sum_{s=n+1}^{+\infty} s^{4n}\left|F_c\left(\frac{s\pi}{c}\right)\right|^2\right]^{\frac{1}{2}}.$$

Teorem 1. Fərz edək ki, $f \in C^\infty(\mathbb{R})$ cüt funksiyadır və lemmanın şərti ödənməklə bərabər, elə $c_n \to \infty$ və n_k-natural ədədlər ardıcıllıqları var ki,

$$\lim_{k\to\infty}\sqrt{c_{n_k}}\rho^*_{c_{n_k},n_k}(f) = 0$$

olsun. Onda (1) funksiyasının bütün sıfırları həqiqidir.

Teorem 2. Fərz edək ki, $P(x) = a_m x^{2m} + a_{m-1}x^{2m-2} + \cdots + a_1 x^2$, a_k-lar həqiqidir və $a_m > 0$. Onda

$$F(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-P(x)}e^{i\lambda x}dx$$

funksiyasının bütün sıfırları həqiqidir.

Asəf İskəndərov,
Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
asaf.iskander@mail.ru
Milli Aviasiya Akademiyası
Ruslan Həmidov,
Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru
rqamidov@mail.ru
Lənkəran Dövlət Universiteti

ikitərtibli elliptik tip tənliklər üçün oblastın sərhədi vasitəsilə optimal idarəetmə məsələsinin korrektliyi

İşdə ikitərtibli elliptik tip tənliklər üçün çoxölçülü Evklid fəzasının məhdud oblastının sərhədi vasitəsilə optimal idarəetmə məsələsinə baxılır, bu məsələsinin korrektliyi üçün verilənlərin ödədiyi əsas şərtlər şərh edilir.

Tутаг кi, D n ölçülü R^n Evklid fəzasında Γ sərhədinə malik məhdud oblastdır və $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ nöqtəsi D oblastının ixtiyari nöqtəsidir. Γ sərhədi elə seçilib ki, Laplas tənliyi üçün Dirixle məsələsinin D oblastında həlli var. Bundan başqa, A ikinci tərtib elliptik operatordur:

$$Au \equiv -\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}(a_{ij}(x)\frac{\partial u}{\partial x_j}) + \sum_{i=1}^{n} b_i(x)\frac{\partial u}{\partial x_i} + c(x)u\,,$$

harada ki, $a_{ij}(x) \in L_\infty(D)$, $i, j = \overline{1,n}$, $b_i(x) \in L_\infty(D)$, $i = \overline{1,n}$, $c(x) \in L_\infty(D)$. $N - \Gamma$ sərhədinin daxili ko-normalıdır:

$$\frac{\partial u}{\partial N} = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\cos(x_i; \hat{N}) \cdot \frac{\partial u}{\partial x_j}.$$

Aşağıdakı elliptik tip tənliklə təsvir olunan prosesə baxaq:

$$Au = f(x), \qquad x \in D. \tag{1}$$

Tutaq ki, bundan əlavə aşağıdakı 1-ci və 2-ci sərhəd şərtləri də verilmişdir:

$$u/_{\Gamma} = g_1(x), \qquad x \in \Gamma \tag{2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial N}/_{\Gamma} = g_2(x), \quad x \in \Gamma \tag{3}$$

burada $f(x) \in L_2(D)$, $g_1(x) \in W_2^{1/2}(\Gamma)$, $g_2(x) \in L_2(\Gamma)$ – verilmiş funksiyalardır. Əlavə olaraq qeyd edək ki, $a_{ij}(x) = a_{ji}(x)$, $0 < \mu_2 \le c(x) \le \mu_3$,

$$\mu_0 \sum_{i=1}^{n} \zeta_i^2 \le \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\zeta_i\zeta_j \le \mu_1 \sum_{i=1}^{n} \zeta_i^2, \quad \forall \zeta = (\zeta_1, \ldots, \zeta_n) \in R^n, \quad \forall i,j = 1,2,\ldots,n,$$

burada μ_i - müsbət ədəddir, i=0, 1, 2, 3. Elliptik tənliklər nəzəriyyəsindən məlumdur ki, əgər μ_2 – ədədi kifayət qədər böyükdürsə, (1) elliptik tip tənliyi üçün Dirixle məsələsinin həlli mümkündür. Sadəlik üçün (2), (3) sərhəd şərtlərini bircins qəbul edək, yəni $g_1(x) = g_2(x) = 0$. Ədəbiyyatlardan məlumdur ki, əgər bu funksiyalar sıfırdan fərqli olarsa, naməlum funksiyaları əvəzetmə yolu ilə sərhəd şərtlərini bircins etmək olar. (1) tənliyinin (2) birinci sərhəd şərtini ödəyən həllini $u_1(x)$, (3) ikinci sərhəd şərtini ödəyən həllini isə $u_2(x)$ ilə işarə edək. Sərhəd şərtlərinin bircinsliyini nəzərə alsaq (1)-(3) məsələsini aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$Au_k(x) = f(x), \quad x \in D, \quad k = 1,2, \tag{4}$$

$$u_1(x)/_{\Gamma} = \frac{\partial u_2(x)}{\partial N}/_{\Gamma} = 0 \tag{5}$$

Bu sərhəd məsələsinin həllinin aşağıdakı inteqral bərabərliyini ödədiyi qəbul edilir:

$$\int_D \left\{ \sum a_{ij}(x) \frac{\partial u_k(x)}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \eta_k(x)}{\partial x_i} + \left[\sum_{i=1}^{n} b_i(x) \frac{\partial u_k(x)}{\partial x_i} + c(x) \cdot u_k(x) - f(x) \right] \cdot \eta_k(x) \right\} dx = 0, \tag{6}$$

harada ki, $k=1,2$, $u_1(x)$ və $u_2(x)$ $\overset{\circ}{W}{}_2^1(D)$ və $W_2^1(D)$ fəzalarındandır, $\eta_1(x)$ və $\eta_2(x)$ isə uyğun olaraq bu fəzaların verilmiş elementləridir.

İndi isə oblastın səhədi vasitəsilə optimal idarəetmə məsələsinə baxaq. Tutaq ki, V mümkün idarəetmələr çoxluğunda aşağıdakı funksionalın minumumunun tapılması tələb olunur:

$$J_\alpha(v) = \|\omega(v)(u_1 - u_2)\|_{L_2(D)}^2 + \alpha\|v - \bar{v}\|_{L_2(D')}^2 \to \inf, \qquad \alpha \ge 0, \tag{7}$$

harada ki, $\omega(v)$ *funksiyası* $[v_0, v_1]$ parçasında kəsilməz diferensiallanan funksiya, $\bar{v}$ – $L_2(D)$ fəzasında verilmiş element, $\alpha \ge 0$ ədədi parameter, $u_1(x)$ və $u_2(x)$ isə uyğun olaraq (1), (2) və (1), (3) məsələlərinin həlləridir. (7), (4), (5) məsələsi D oblastının Γ sərhədi vasitəsilə optimal idarəetmə məsələsidir.

D oblastının Γ sərhədi vasitəsilə optimal idarəetmə məsələsinin korrektliyi üçün aşağıdakı teorem isbat edilir.

Teorem. $L_2(D)$ fəzasının elə K altçoxluğu vardır ki, ixtiyari $\alpha > 0$ və $\bar{v} \in K$ üçün (7), (4), (5) ekstremal məsələsinin yeganə həlli var.

Qeyd edək ki, $\alpha > 0$ şərti kifayət qədər dəqiq şərtdir. Konkret misallarla göstərmək olar ki, $\alpha = 0$ olanda (7), (4), (5) optimal idarəetmə məsələsinin həlli ya yoxdur, ya da yeganə deyil.

Nəbiyev İbrahim,
professor, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru
İsmayılzadə Cahan,
magistr
Bakı Dövlət Universiteti
nabievim@yahoo.com

Sərhəd şərtində spektral parameter olan diferensial operatorun bərpası üçün alqoritm

Aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxaq:

$$-y''(x)+q(x)y(x)=\lambda^2 y(x) \quad (0\le x\le \pi), \tag{1}$$

$$\begin{gathered} y(0)=0, \\ y'(0)+\lambda[\alpha\, y(\pi)+\beta\, y'(\pi)]=0, \end{gathered} \tag{2}$$

burada $\lambda-$ spektral parametr, $q(x)$ – $L_2[0,\pi]$ fəzasına daxil olan həqiqi funksiya, $\alpha,\ \beta$ – həqiqi ədədlərdir. Bu məsələni $L(\alpha)$ ilə işarə edəcəyik.

$s(\lambda,x)$ ilə (1) Şturm-Liuvil tənliyinin $s(\lambda,0)=0$, $s'(\lambda,0)=1$ başlanğıc şərtlərini ödəyən həllini işarə edək. Onda $L(\alpha)$ məsələsinin xarakteristik funksiyası

$$\Delta(\lambda)=1+\lambda[\alpha\, s(\pi,\lambda)+\beta\, s'(\pi,\lambda)] \tag{3}$$

şəklində olar. Bu funksiyanın sıfırları $L(\alpha)$ məsələsinin məxsusi ədədləridir.

Təqdim olunan bu işdə $L(\alpha_1)$, $L(\alpha_2)$ $(\alpha_1\ne\alpha_2)$ məsələlərinin spektrlərinə görə tərs məsələnin həlli üçün yeganəlik teoremi verilmiş və bu məsələlərin bərpası üçün alqoritm qurulmuşdur. Qeyd edək ki, ayrılmayan sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan Şturm-Liuvil operatorları üçün bərpa məsələlərinə əsasən [1-3] elmi işlərində baxılmışdır.

Ruşe teoremindən və $s(\pi,\lambda)$, $s'(\pi,\lambda)$ tam funksiyalarının asimptotik göstərilişlərindən istifadə etməklə isbat etmək olar ki, $L(\alpha_j)\,(j=1,\,2)$ sərhəd məsələsinin $\mu_k^{(j)}$ $(k=0,\pm1,\pm2,...)$ məxsusi ədədləri üçün aşağıdakı asimptotik düstur doğrudur:

$$\mu_k^{(j)}=k+\frac{1}{2}+\frac{\alpha_j+\beta Q+(-1)^k}{\beta\pi k}+\frac{\beta_k^{(j)}}{k}, \tag{4}$$

burada $Q=\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^{\pi} q(t)dt$, $\{\beta_k^{(j)}\}\in l_2$.

Aşağıdakı yeganəlik teoremi doğrudur.

Teorem. $L(\alpha_1)$, $L(\alpha_2)$ *sərhəd məsələlərinin spektrləri bu məsələləri birqiymətli təyin edir.*

$L(\alpha_1)$, $L(\alpha_2)$ məsələləri iki spektrə görə aşağıdakı alqoritm vasitəsilə bərpa oluna bilər (qeyd edək ki, bu alqoritm həm də yeganəlik teoreminin qısa isbatını verir).

Alqoritm. Tutaq ki, $L(\alpha_1)$, $L(\alpha_2)$ məsələlərinin uyğun olaraq $\{\mu_k^{(1)}\},\{\mu_k^{(2)}\}$ spektrləri verilmişdir.

1. (4)-dən istifadə etməklə (2) sərhəd şərtinin β parametri

$$\beta=\frac{1}{\pi}\lim_{k\to\infty}\frac{1}{k\left(1-\mu_{2k+1}^{(j)}+\mu_{2k}^{(j)}\right)}$$

münasibəti vasitəsi ilə bərpa olunur.

2. $\alpha_1-\alpha_2$ fərqi belə tapılır:

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \beta\pi \lim_{k\to\infty} k\left(\mu_k^{(1)} - \mu_k^{(2)}\right).$$

3. $\left\{\mu_k^{(j)}\right\}$ ardıcıllığının köməyi ilə $L(\alpha_j)$ məsələsinin xarakteristik funksiyası olan $\Delta_j(\lambda)$ qurulur.

4. (3)-ün köməyi ilə $s(\pi,\lambda) = \dfrac{\Delta_1(\lambda) - \Delta_2(\lambda)}{(\alpha_1 - \alpha_2)\lambda}$ funksiyası təyin olunur və onun λ_k $(k = \pm 1, \pm 2, ...)$ sıfırları tapılır.

5. (4) asimptotik düsturundan α_j müəyyən olunur:

$$\alpha_j = -Q\beta - 1 + 2\beta\pi \lim_{k\to\infty} k\left(\mu_{2k}^{(j)} - 2k - \frac{1}{2}\right),$$

buradakı Q sabiti λ_k -nın asimptotikası vasitəsi ilə hesablanır.

6. (3) münasibətinə əsasən $s'(\pi,\lambda)$ funksiyası bərpa olunur və onun ν_k $(k = \pm 1, \pm 2, ...)$ sıfırları tapılır.

7. $\{\lambda_k\}$ və $\{\nu_k\}$ ardıcıllıqlarının köməyi ilə məlum alqoritm üzrə (1)-ın əmsalı olan $q(x)$ funksiyası bərpa olunur.

Mamedov Khanlar,
professor
Sertaç Göktaş,
doctor of philosophy
Veysel Kılınç
Mersin University, Mersin, Turkey
hanlar@mersin.edu.tr
veysel.kilinc2012@gmail.com
srtcgoktas@gmail.com

On a solution of mixed type hyperbolic-parabolic equation

In this work, we consider

$$Lu = \begin{cases} \wp_1 u, \ t > 0, \\ \wp_2 u, \ t < 0, \end{cases} \tag{1}$$

mixed type hyperbolic-parabolic equation in the region

$$D = \{(x,t) \,|\, 0 < x < l, -\alpha < t < \beta\}.$$

Here l, α and β are positive real numbers. $\wp_1$ parabolic and $\wp_2$ is hyperbolic operator.

Let be

$$D_- = D \cap \{t < 0\}, \quad D_+ = D \cap \{t > 0\},$$

and

$$u(x,t) \in C(\overline{D}) \cap C^1(D) \cap C_x^2(\overline{D}) \cap C^2(D_-) \cap C_x^2(D_+), \tag{2}$$

The goal of this work is to find solution for

$$Lu(x,t) \equiv 0, \tag{3}$$

equation

$$u(x,-\alpha) = \varphi(x), \ \ 0 \le x \le l, \tag{4}$$

$$u(0,t)=0, \quad -\alpha \le t \le \beta, \qquad (5)$$

and

$$Ju = A, \quad -\alpha \le t \le \beta, \qquad (6)$$

conditions in $(x,t) \in D \cap D_+$. A is constant, $\varphi(x)$ is sufficiently smooth and

$$\varphi(0)=0, \ \int_0^l \varphi(x)dx = A, \qquad (7)$$

conditions are provided. J is integration operator in $[0,l]$. As it is seen that (6) is nonlocal condition and it is encountered with this type of condition in economy, population modeling, plasma physics.

Mehdiyev Məhəmməd,
akademik
Mirzəyev Fərhad,
texnika elmleri namizədi, dosent
Quliyev Rafiq,
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Bakı Dövlət Universiteti
farhad_1958@mail.ru

Ekonometrika -müasir menecment sistemlərinin əsası kimi

Məlumdur ki, xalq təsərrüfatının və onun ayrı-ayrı mühüm sahələrinin optimal idarə edilməsini təmin edəcək səmərəli idarəetmə qərarlarının hazırlanması və qəbul edilməsi kimi aktual problemlərin həlli iqtisadi–riyazi tədqiqatlarda riyazi–statistik üsulların və hesablama texnikasının son nailiyyətlərindən istifadəni tələb edir. Belə zərurət hələ qədim zamanlarda riyaziyyat, ehtimal nəzəriyyəsi, statistika, iqtisadiyyat elmlərinin vəhdətinin ümumiləşmiş nəticəsi kimi meydana gələn yeni elmi istiqamətin–iqtisadi kibernetikanın yaranmasına gətirib çıxarmışdır.

Hal–hazırda Rusiya Federasiyasının, Belarus Respublikasının aparıcı universitetlərində, Ukrayna Respublikasının demək olar ki, bütün ali müəssisələrində bakalavr və magistr səviyyələrində iqtisadi kibernetika ixtisası üzrə mütəxəssis hazırlığı həyata keçirilir. İqtisadi kibernetika elə bir ixtisasdır ki, bu ixtisas işsizlikdən qorxmur, həmişə bazarı olan ixtisasdır. Bu ixtisas iqtisadi sistemlərin həm mikro, həm də makro səviyyədə optimal davranış tərzini təyin edir, iqtisadi riyazi modelləşmə və ən yeni informasiya texnologiyalarına əsaslanan müasir elmi istiqamət olmaqla müasir menecment sistemlərinin (istər fərdi, istərsə də istehsalatda) əsasıdır.

Qeyd etməyi vacib hesab edirik ki, iqtisadi–kibernetik fənnlər inkişaf etmiş bir çox ölkələrin universitetlərində nəinki iqtisadi yönümlü, həmçinin, texniki, hüquq, tibb, sosiologiya və digər ixtisaslarda mühüm istiqamət kimi tədris olunur. Hal–hazırda iqtisadi kibernetika elmi istiqamətinin bazasında təşəkkül tapan ekonometrik modellərdən istifadə edilərəkAzərbaycan iqtisadiyyatının mikro və makro səviyyələrində mövcud olan bir sıra nəzəri–praktiki məsələlərin həlli uğurla yerinə yetirilməkdədir.

Qeyd edək ki, "İqtisadi kibernetika" ixtisası üzrə tələbələrin ilk hazırlığı BDU–nun Tətbiqi riyaziyyat və kibernetika fakültəsinin bəzi kafedralarının iqtisadi yönümlü tədris yükü əsasında 1991-ci ildən həyata keçirilməyə başlamışdır. Sonralar bu ixtisas ayrıca bölüm kimi TQDK-ın qəbul planında təşəkkül tapmış və 1996-cı ildən etibarən həmin ixtisas üzrə tələbələrin yüksək hazırlığı məqsədilə Tətbiqi–riyaziyyat və kibernetika fakültəsinin nəzdində Riyazi–iqtisadiyyat və iqtisadi–ekoloji sistemlərin modelləşdirilməsi kafedrası (hazırki İqtisadi kibernetika kafedrası) yaradılmış və indiyədək fəaliyyət göstərir.

Məlumat üçün bildiririk ki, “İqtisadi kibernetika” ixtisası üzrə təhsil alan tələbələr ixtisasın yarandığı ildən etibarən yüksək ballar toplamış, bu ixtisas üçün keçid balı hər il digər ixtisaslarla müqayisədə yüksək olmuşdur. Qeyd edilən ixtisas üzrə təhsil alan Prezident təqaüdçülərinin xüsusi çəkisi digər ixtisaslarla müqayisədə böyük olmaqla yanaşı, bakalavr və magistrlar arasında fərqlənmə diplomu ilə bitirənlərin sayı da hər il nəzərəçarpacaq dərəcədə çox olmuşdur. “İqtisadi kibernetika” ixtisası üzrə təhsilini bitirmiş bakalavr və magistrlar xarici ölkələrin nüfuzlu elmi müəssisələrində-o cümlədən, Kanadanın Toronto, İngiltərənin İmperial, Brunel, York, Almaniyanın Bonn, İtaliyanın Napoli, Fransanın Tuluza, Strasburg, Çexiyanın Praqaq və s. universitetlərində öz təhsillərini müvəffəqiyyətlə davam etdirmiş və etdirməkdədirlər. Eyni zamanda müxtəlif xarici ölkələrdə, o cümlədən, İngiltərədə (London İmperial Kollec, Cass Business School), ABŞ-da (Kollarada Universiteti), Almaniyada (Heidelling Universiteti), İspaniyada (Planlaşdırma şirkəti), Türkiyədə (Dokkuz Eylül Universiteti), Kanadanın, Yeni Zellandiyanın, Avstraliyanın, BƏƏ-nin aparıcı müəssisələrində, eyni zamanda Azərbaycan Respublikası Milli Məclisində, Hesablama Palatasında, Mərkəzi Bankda, Azərbaycan Respublikası Maliyyə, İqtisadi İnkişaf, Əmək və Əhalinin Sosial Müdafiəsi, AR Daxili İşlər, Vergilər Nazirliklərində, Dövlət Sosial Müdafiə Fondunda, ARDNŞ-da, Azərbaycan Respublikası Dövlət Neft Fondunda, Azərbaycan Respublikası Prezidenti yanında Vətəndaşlara Xidmət və Sosial İnnovasiyalar üzrə Dövlət Agentliyində, Maliyyə Bazarlarına Nəzarət Palatasında, Azərbaycan Diplomatik Akademiyasında, Paşa Bank, Dəmir yol Bank, Azərbaycan Sənaye Bankı, Uni Bank, TBC Bank, Dünya Bankı, Nikoil Bank, Yapı Kredi Bank, Access Bank, Risk Şirkəti, Sinam Şirkəti, Daşınmaz əmlakın Reyestr xidməti, Azercell, Bakcell, DELEOİD şirkəti, Gilan Holdinqdə çalışan və yüksək vəzifələr tutan işçilər arasında bu ixtisası bitirən tələbələr xüsusilə seçilir. Respublikada fəaliyyət göstərən qeyri–dövlət müəssisələri, o cümlədən, banklar və auditor təşkilatları, həmçinin xarici təşkilatlar bu ixtisas üzrə təhsil almış tələbələrin işə qəbuluna çox üstünlük verirlər. Dünyanın bütün aparıcı universitetlərində müasir dövrdə çox vacib bir ixtisas olan Ekonometrika ixtisası fəaliyyət göstərir.Bu ixtisasın açılması Azərbaycanın qabiliyyətli gənclərinin əmək bazarında çox rahat işlə təmin olunmasına şərait yaradar.Axı bu ixtisasa yiyələlənlər riyaziyyatın, proqramlaşdırmanın, informatikanın, iqtisadiyyatın sirlərinə daha dərindən bələd olurlar.Bu da onların yüksək mütəxəssis kimi cəmiyyətə daxil olmasına imkan yaradar.

Azərbaycan Respublikası Nazirlər Kabinetinin 12 yanvar 2009-cu il tarixli 8 saylı qərarı ilə “Ali təhsilin bakalavr pilləsi ixtisaslarının siyahısı”nın təsdiq edilməsi zamanı bu ixtisas ixtisaslar qrupu siyahısından çıxarılmış və “İqtisadi kibernetika” ixtisası üzrə tələbə qəbulu dayandırılmışdır. Dünyanın nüfuzlu Universitetlərində isə bu ixtisas üzrə-iqtisadi kibernetika və ekonometrika adı altında tələbə qəbulu çox uğurla həyata keçirilməkdədir.

Ekonometrik modellər iqtisadiyyatın mikro və makro səviyyələrində idarəetmə fəaliyyətlərində uğurla tətbiq olunur. Bu modellər vasitəsilə iqtisadiyyatın bir sıra nəzəri problemləri statistikanın üsulları ilə faktiki və ya empirik materiallar əsasında yoxlanılır.Digər tərəfdən ekonometrik model və metodlar müasir dövrdə iqtisadiyyatda nəinki yeni biliklər əldə etmək üçün güclü alətdir , o həmçinin praktik proqnozlaşdırma qərarlarının qəbul edilməsində , bank işində , biznesdə və s. sahələrdə geniş istifadə olunan aparatdır.

Nəzərinizə çatdırırıq ki, İqtisadi kibernetika ixtisasının yenidən bərpası və ya yeni “Ekonometrika” ixtisasının açılması məsələsi istər Tətbiqi riyaziyyat və kibernetika fakültəsinin, istərsə də BDU-nun Elmi Şuralarında dəfələrlə qaldırılmış və elmi - pedaqoji kollektiv tərəfindən böyük istəklə qarşılanmışdır.

Bütün yuxarıda qeyd olunanlar Bakı Dövlət Universitetinin Tətbiqi riyaziyyat və kibernetika fakültəsinin nəzdində “İqtisadi kibernetika” ixtisaslaşması üzrə bakalavr təhsil pilləsinin bərpasını və ya “Ekonometrika “ ixtisasının açılmasını zəruri edir. Belə ki, fakültənin elmi–pedaqoji resursları (İqtisadi kibernetika, Əməliyyatlar tədqiqi və ehtimal nəzəriyyəsi, Optimallaşdırma və idarəetmə, İnformasiya texnologiyaları və proqramlaşdırma kafedralarının mövcud elmi potensialı nəzərdə tutulur) və son zamanlarda fakültənin dünyanın aparıcı elmi mərkəzləri ilə əməkdaşlığı bu ixtisas üzrə bakalavr təhsil pilləsinin açılmasına imkan verir. Təhsilə birbaşa bağlı və ona cavabdeh şəxslərin dövrü mətbuatlarda dəfələrlə işlətdikləri “Ali məktəbləri qurtarıb rahatlıqla iş tapılan ixtisasların bərpasına və bugünki əmək bazarının tələbatına uyğun yeni ixtisasların açılmasına çalışmaq lazımdır” kimi dəyərli fikirlərinə də əsaslansaq, müstəqil Azərbyacan Respublikasının iqtisadi–ekoloji və yeni informasiya texnologiyalarına nail olmaqla daha da qüdrətli dünyavi dövlətə çevrilməsi, yüksək iqtisadi və informasiya texnologiyalarına yiyələnmiş ixtisaslı kadrların tükənməməsi naminə Tətbiqi riyaziyyat və kibernetika fakültəsinin nəzdində “İqtisadi kibernetika” ixtisasının bərpasını və ya “Ekonometrika“ ixtisasının açılmasını bu günümüzün təbii zərurətinə çevirir.

Mehrabov Vugar,
candidate of physico-mathematical sciences
Rasulova Sevinj,
doctor of philosophy in mathematics
Ahmadov Hikmat,
candidate of physico-mathematical sciences
Baku State University
Seva.yuzbekova@yahoo.com
hikmatahmadov@yahoo.com

Analytical solution of the Klein-Fock-Gordonequation for the Woods-Saxon potential

An analytical solution of the radical part of the Klein-Gordon (KG) equation is of high importance for spinless relativistic quantum mechanics, because the wave function contains all necessary information on full description of a quantum system. There are only few potentials for which the radial part of the Klein-Fock-Gordon equation can be solved explicitly for all n_r and e. So far, many methods were developed, such as supersymmetry (SUSY) and Pekeris approximation, to solve radial part of the Klein-Fock-Gordon equation exactly or quasi-exactly for $e \neq 0$ within these potentials.

The one-dimensional Klein-Fock-Gordon equation is investigated for the PT-symmetric generalized Woods-Saxon (WS) potential and Hulthen potential and is solved by using the Nikiforov-Uvarov method, which is based on solving the second-order linear differential equation by reduction to a generalized equation of hypergeometric type.

The radial part of the Klein-Fock-Gordon equation for the Woods-Saxon Potential cannot be solved exactly for $e \neq 0$. It is well known that the Woods-Saxon potential is one of the important short-range potentials in physics. This potential was applied to numerous problems, in nuclear and particle physics, atomic physics, condensed matter and chemical physics.

Among the advantages of working with the Woods-Saxon potential we have to mention that, in the one-dimensional case, the Klein-Fock-Gordon as well as the Dirac equations are solvable in terms of special functions and therefore the study of bound states and scattering processes becomes more tractable. It should be mentioned that the Woods-Saxon potential is, for some values of the shape parameters a smoothed out form of the potential barrier. In Ref. [6] showing that transmission resonances at $k=0$ in the Dirac equation take place for a potential barrier $V=V(x)$ when the corresponding potential well $V=-V(x)$ supports a supercritical state. The situation for short range potentials in the Klein-Fock-Gordon equation is completely different, here there are particle-antiparticle creation processes but no supercritical states.

In this work we compute the scattering solution of the one-dimensional Klein-Fock-Gordon equation in the presence of a Woods-Saxon potential and also we will show that one-dimensional scolar wave solutions exhibit transmission resonances with a functional dependence on the shape and strength of the potential to the obtained for the Dirac equation.

The one-dimensional Klein-Fock-Gordon equation takes form

$$g^{\alpha\beta}(\partial_\alpha + ieA_\alpha)(\partial_\beta + ieA_\beta)\psi + \psi = 0, \tag{1}$$

where the metric tensor $g^{\alpha\beta} = diag(1,-1)$. In this paper we adopt the atomic units $h = c = m = 1$ in the CGS system

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + \left[(E - V(x))^2 - 1\right]\varphi(x) = 0 \tag{2}$$

The Woods-Saxon potential is defined as

$$V(x) = V_0\left[\frac{\theta(-x)}{1+e^{-\alpha(X+L)}} + \frac{\theta(x)}{1+e^{\alpha(X+L)}}\right], \tag{3}$$

where V_0 is real and positive; $a > 0$ and $L > 0$ are also real and positive $\theta(x)$ is the Heaviside step function. In order to consider the scattering solutions for $x < 0$ with $E^2 > 1$, we procced to solve the differential equation

$$E^2 > 1\ \frac{d^2\psi_2(x)}{dx^2} + \left[\left(E - \frac{V_0}{1+l^{-\alpha(X+L)}}\right)^2 - 1\right]\psi_2(x) = 0 \tag{4}$$

In the Eq. (4) if we substitute $y = -e^{\alpha(X+L)}$, then we obtain

$$a^2 y\frac{d}{dy}\left[y\frac{d\psi_2(y)}{dy}\right] + \left[\left(E - \frac{V_0}{1-y}\right)^2 - 1\right]\psi_2(y) = 0 \tag{5}$$

Putting $\psi_2(y) = y^{\mu}(1-y)^{-\lambda}h(y)$, Eq. (5) reduces to the hyper geometric equation.

$$y(1-y)h^{''} + [(1+2\mu) - (2\mu - 2\lambda + 1)y]h^1 - (\mu - \lambda + \partial)(\mu - \lambda - \partial)h = 0 \tag{6}$$

The general solution of Eq. (6) can be expressed in terms of Causs hypergeometric functions

$$2F_1(\mu - v - \lambda^{'},\ \mu + v - \lambda^{'}, 1 + 2\mu; y) + D_2 y^{-\mu}(1-y)^{\lambda^{'}}$$
$$X_2F_1(-\mu - v - \lambda^{'}, -\mu + v - \lambda^{'}; 1 - 2\mu : y). \tag{7}$$

As $x \to -\infty$, we have that $y \to -\infty$ and the asymptotic behavior of the solutions (7) can be determined using the asymptotic behavior of the Causs hypergeometric functions

$$2F_1(a,b,c,y) = \frac{\Gamma(c)\Gamma(b-a)}{\Gamma(b)\Gamma(c-a)}(-y)^{-a} + \frac{\Gamma(c)\Gamma(a-b)}{\Gamma(a)\Gamma(c-b)}(-y)^{-b}. \tag{8}$$

Using Eq. (8) and noting that in the limit $x \to -\infty,\ (-y)^{\pm v} \to e^{\pm ik(X+L)}$ we have that the asymptotic behavior of $\psi_2(x)$ can be written as

$$\psi_2(x) = Ae^{ik}(X+L) + Be^{-ik(X+L)} \tag{9}$$

Analysis of our calculations show that the width of the transmission resonances depend on the shape parameter a becoming wider as the Woods-Saxon potential approaches to a square barrier. Also, as in the Dirac case, the transmission (coff) coefficient vanishes for values of the potential strength $E - m < V_0,\ E + m$ and transmission resonances appear for $V_0 > E + m$. We also conclude that, despite the fact that the behavior of shortrange potentials is qualitatively different from the one observed for Dirac particles.

In this work we solve the Klein-Fock-Gordon equation in the presence of a spatially one-dimensional Woods-Saxon potential. The scattering solutions are obtained in the terms of hypergeometric functions and condition for the existence of transmission resonances is derived. We have found how the zero-reflection condition depends on the shape of the potential.

Məmmədov İlqar,
professor, riyaziyyat üzrə elmlər doktoru
AMEA-nın İdarəetmə Sistemləri İnstitutu
ilgar-mamedov-1971@mail.ru

Riyazi biologiyanın və riyazi fizikanın bəzi model diferensial tənliklərinin bir-biri ilə riyazi əlaqəsi və tətbiqləri barədə

Riyazi biologiyada bitki köklərinin nəmliyi udmasında süzülmə prosesini təsvir edən model diferensial tənliklərdən biri $u_t(x,t) = \left(mu_x(x,t) + bu_{xt}(x,t)\right)_x$ üçtərtibli xüsusi törəməli psevdoparabolik tənliyidir ki, elmi ədəbiyyatda Aller tənliyi adı ilə məşhurdur. $u_{xxy}(x,y) + mu_{xx}(x,y) + nu_{xy}(x,y) + pu_x(x,y) + qu_y(x,y) + ru(x,y) = f(x,y)$

şəklində tənlik isə ümumiləşmiş Aller tənliyi adlanır ki, torpaqda rütubətkeçirmə prosesini təsvir edir. Bu tənlik eyni zamanda ümumi şəkildəikinci tərtib xətti hiperbolik tənliklərin kanonik şəkli sayılan

$$u_{xy}(x,y) + pu_x(x,y) + qu_y(x,y) + ru(x,y) = \Psi(x,y), \tag{1}$$

tənliyini ümumiləşdirir.(1) tənliyi rabitədə istifadə olunan $u_{xy}(x,y) = ku(x,y), k \geq 0$ - teleqraf tənliyini və rəqsi prosesləri təsvir edən $\frac{\partial^2 u(t,\xi)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u(t,\xi)}{\partial \xi^2} = 0$ rəqs tənliyini ümumiləşdirir. Daha sonra qeyd edək ki, (1) tənliyinin üçölçülü analoqu sayılan $u_{xyz}(x,y,z)$dominant qarışıq törəməli tənlik Bianki tənliyi adlanır və radiodalğaların öyrənilməsi zamanı vibrasiya proseslərinin modelləşdirilməsində istifadə olunur. Tətbiqi əhəmiyyətə malik riyazi biologiyanın əsas model diferensial tənliklərindən biri ümumiləşmiş Manjeron tənliyidir və bu tənlik aşağıdakı şəkildədir:

$$\frac{\partial^4 u(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + a_{2,1}(x,y)\frac{\partial^3 u(x,y)}{\partial x^2 \partial y} + a_{1,2}(x,y)\frac{\partial^3 u(x,y)}{\partial x \partial y^2} + a_{2,0}(x,y)\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + a_{0,2}(x,y)\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} +$$
$$+ a_{1,1}(x,y)\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x \partial y} + a_{1,0}(x,y)\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} + a_{0,1}(x,y)\frac{\partial u(x,y)}{\partial y} + a_{0,0}(x,y)u(x,y) = \Phi(x,y), \tag{2}$$

Yuxarıdakı (2) tənliyi hidrodinamikada istifadə olunan model diferensial tənlik olmaqla,ümumiləşmiş Aller tənliyinin riyazi ifadəsini özündə saxlamaqla, daha ümumi tənlikdir və hər iki dəyişənə nəzərən təkrar həqiqi xarakteristikaya malik, dördtərtibli, dominant qarışıq törəməli hiperbolik tənlikdir. İndi bu ümumiləşmiş Manjeron tənliyinin xüsusi halı olan aşağıdakı xüsusi törəməli tənliyə baxaq:

$$\frac{\partial^4 u(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} - \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = 0 \tag{3}$$

(3) tənliyi Bussinesk-Lyav tənliyi adlanır. Riyazi ədəbiyyatdan məlumdur ki,Bussinesk-Lyav tənliyi eninə inersiya effektləri nəzərə alınmaqla,nazik elastiki çubuqlarda uzununa dalğaları təsvir edir. Riyazi fizikadan məlumdur ki, zərrəciklərin rəqs istiqaməti,dalğanın yayılması istiqaməti ilə üst-üstə düşürsə belə dalğalar üzününa dalğalardır. Uzununa dalğalar yayılarkən mühitdə sıxılma və gərilmə deformasiyaları yaranır. Sıxılma və gərilmə deformasiyalarında həm bərk cisimlərdə,həm də maye və qazlarda elastiki qüvvələr meydana çıxdığından uzununa dalğalar bütün mühitlərdə yayılır. Nəzəri və tətbiqi cəhətdən müəyyən olunmuşdur ki, səs uzununa, işıq eninə,zəlzələ isə həm eninə, həm də uzununa yayılan seysmik dalğadır.Qeyd edək ki, zərrəciklərin rəqs istiqaməti dalğanın yayılma istiqamətinə perpendikulyar olarsa, belə dalğalar eninə dalğalardır. Beləliklə,

Bussinesk-Lyav tənliyi uzununa dalğaları təsvir etdiyindən və uzununa dalğalar bütün mühitlərdə yayıldığından bu tənlik böyük tətbiqi əhəmiyyətə malik olan model diferensial tənliklərdən biridir. İndi (3) Bussinesk-Lyav tənliyini aşağıdakı şəkildə yazaq:

$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}-u(x,y)\right)+\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=0$ və əlavə olraq fərz edək ki, $\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}-u(x,y)=u(x,y)$,

başqa sözlə desək, $u(x,y)=\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}$ şərtinin ödəndiyini fərz edək. Onda bu fərziyyə daxilində hiperbolik tənliklər sinfindən sayılan Bussinesk-Lyav tənliyi riyazi fizikanın əsas model elliptik tip diferensial tənliklərindən biri sayılan

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=0, \tag{4}$$

tənliyi ilə üst-üstə düşər. Ədəbiyyatdan yaxşı məlum olduğu kimi, (4) tənliyiriyazi fizikada Laplas tənliyi adlanmaqla, mayelər üçün stasionar süzülmə proseslərini təsvir edir. (4) tənliyindəki öz-özünə qoşma $\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}$ Laplas opertorunu aşağıdakı şəkildə iki diferensial operatorun kompozisiyası şəklində yazaq:

$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=\left(\frac{\partial}{\partial x}-i\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x}+i\frac{\partial}{\partial y}\right)u(x,y)$, burada i - xəyali vahiddir: $i^2=-1$.

(4) Laplas tənliyi ilə əlaqəli olan

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}+i\frac{\partial}{\partial y}\right)u(x,y)=0, \tag{5}$$

tənliyi birinci tərtib elliptik tip diferensial tənlikdir və Koşi-Riman tənliyi adlanır.

(5) Koşi-Riman tənliyinin sol tərəfindəki birinci tərtib elliptik diferensial operatorudaha iki diferensial operatorun kompozisiyası şəklində yazmaq olar:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}+i\frac{\partial}{\partial y}\right)u(x,y)=\left(\frac{\partial^{\frac{1}{2}}}{\partial x^{\frac{1}{2}}}-i\sqrt{i}\,\frac{\partial^{\frac{1}{2}}}{\partial y^{\frac{1}{2}}}\right)\left(\frac{\partial^{\frac{1}{2}}}{\partial x^{\frac{1}{2}}}+i\sqrt{i}\,\frac{\partial^{\frac{1}{2}}}{\partial y^{\frac{1}{2}}}\right)u(x,y), \tag{6}$$

(6) düsturundan göründüyü kimi, riyazi biologiya və riyazi fizika tənliklərinin nəinki bir-biri ilə, hətta kəsr tərtib diferensial tənliklərlə riyazi əlaqələri vardır. Xüsusi ilə qeyd etmək lazımdır ki, Laplas tənliyi, Koşi-Riman tənliyi və kəsr tərtibli diferensial tənliklər üçün müxtəlif sinif lokal və qeyri-lokal sərhəd məsələləri riyazi fizika tənliklərisahəsində və ümumiyyətlə desək, diferensial tənliklər sahəsində tanınmış alim,riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor Nihan Əliyev və onun çoxsaylı yetirmələri tərəfindən müxtəlif aspektdən ətraflı tədqiq edilmiş və bu gün də tədqiq edilməkdədir.

Məmmədzadə Aygün,
dissertant
Lənkəran Dövlət Universiteti
mammadzada.aygun@mail.ru

Birinci tərtib yeni diskret poverativ törəməli tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələlərinin həlli

Koşi məsələsi: Birtərtibli yeni diskret poverativ törəməli tənlik üçün aşağıdakı kimi Koşi məsələsinə baxaq:

$$y_n^{\{I\}} = f_n,\ n \geq 0, \tag{1}$$
$$y_0 = \alpha, \tag{2}$$

burada f_n, $n \geq 0$ verilmiş ardıcıllıq, α verilmiş sabit ədəd, y_n isə axtarılan ardıcıllıqdır. Onda diskret poverativ inteqraldan istifadə etsək:

$$y_n = f_{n-1}^{f_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_0^{y_0}}}}}} = \int_{n}^{0} f_k^{\;y_0} = \left(\mathrm{P}_{k=n-1}^{0} f_k \right), \tag{3}$$

ifadəsini almış oluruq. Burada y_0-ın qiymətini (3) -dəyerinə yazsaq alarıq:

$$y_n = f_{n-1}^{f_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_0^{\alpha}}}}}} = \int_{n}^{0} f_k^{\;\alpha} = \left(\mathrm{P}_{k=n-1}^{0} f_k \right). \tag{4}$$

Bu halda I tərtib diskret poverativ törəməli tənlik üçün (1), (2) Koşi məsələsinin analitik həlli (4) şəklində alınmış olur.

Sərhəd məsələsi: İndi isə həmin (1) tənliyi üçün 0<n<m olduqda sərhəd məsələsinə baxaq. Sərhəd şərtini qeyri-lokalşəkildəverək:

$$y_0 + \alpha y_m = \beta, \tag{5}$$

burada m qeyd olunmuş natural ədəd, α və β isə verilmiş sabitlərdir.

Yuxarıda göstərdik ki, (1) tənliyinin ümumi həlli (3) də verilən ifadədir.

Bu ümumi həllə daxil olan y_0 sabitini təyin etmək üçün bu (3) həllini (5) şərtin də yerinə yazaq:

$$y_0 + \alpha f_{m-1}^{f_{m-2}^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{y_0}}}}}} = \beta. \tag{6}$$

Bu ifadəni aşağıdakı şəkildə yazıb,

$$f_{m-1}^{f_{m-2}^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{y_0}}}}}} = \frac{\beta - y_0}{\alpha}.$$

Onu loqarifmlama vasitəsi ilə (12)-dən alarıq:

$$\log_{f_{m-1}} \frac{\beta - y_0}{\alpha} = f_{m-2}^{f_{m-3}^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{y_0}}}}}},$$

$$\log_{f_{m-2}} \log_{f_{m-1}} \frac{\beta - y_0}{\alpha} = f_{m-3}^{f_{m-4}^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{y_0}}}}}},$$

bu prosesi davam etdirsək:

$$\log_{f_0} \log_{f_1} \cdots \log_{f_{m-2}} \log_{f_{m-1}} \frac{\beta - y_0}{\alpha} = y_0\,, \tag{7}$$

ifadəsini almış olarıq.

Buradan y_0 üçün ardıcıl yerinə yazma üsulundan istifadə etməklə alarıq:

$\forall y_{0_k}$ sabitini verməklə, (7) –dən aşağıdakı kimi rekurent ifadə quraq:

$$y_{0_{k+1}} = \log_{f_0} \log_{f_1} \cdots \log_{f_{m-2}} \log_{f_{m-1}} \frac{\beta - y_0}{\alpha}, k \geq 0. \tag{8}$$

Tapılan y_{0_k}- lar $\alpha > 0$ olduqda

$$\beta - \alpha f_{m-1}^{f_{m-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0}}}}}} < y_{0_k} < \beta - \alpha f_{m-1}^{f_{m-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1}}}}}, \tag{9}$$

bərabərsizliyini, $\alpha < 0$ olduqda isə

$$\beta - \alpha f_{m-1}^{f_{m-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1}}}}} < y_{0_k} < \beta - \alpha f_{m-1}^{f_{m-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0}}}}}},$$

bərabərsizliyini ödəməlidir.

Buradan tapılan y_{0_k}-ların məhdudluğu alınır.

Teorem: Verilmiş I tərtib diskret poverativ törəməli (1) tənliyi üçün (1), (2) Koşi məsələsinin həlli (4) vasitəsi ilə, (1), (5) sərhəd məsələsinin həlli isə (8) vasitəsi ilə verilir.

Qeyd 1: Diskret additiv və diskret multiplikativ törəməli tənliklər üçün müxtəlif Koşi və sərhəd məsələləri yaxşı araşdırıldığına baxmayaraq diskret poverativ törəməli tənlik üçün əvvəlinci hal olaraq baxıldığından I tərtib tənlik ilə kifayətlənmiş olduq.

Qeyd 2: Ardıcıl yerinə yazmaqla alınan $\{y_{0_k}\}$ ardıcıllığının bütün hədləri eyni sabitlərlə məhdudlaşdırıldığından, bu ardıcıllıq yığılır.

Mirzəyev Fərhad,
texnika elmləri namizədi, dosent
Hüseynova Leyla,
asistent
Bakı Dövlət Universiteti
Azərbaycan Dövlət İqtisad Universiteti
Farhad_1958@mail.ru
narxoz-1970@mail.ru

Əmək bazarının kibernetik xarakteristikaları və onun tənzimlənmə modeli

Azərbaycanda son illərdə uğurla həyata keçirilən sosial–iqtisadi siyasətin ən vacib komponentlərdən biri əmək bazarında tələb və təklifin optimal nisbətinin yaradılması və qorunmasıdır. Məhz bu halda əmək bazarı əməklə bağlı həm sosial, həm də iqtisadi funksiyaların səmərəli şəkildə reallaşdırılmasını, eləcə də bazarın iştirakçıları arasında rəqabət qabiliyyətliliyinin inkişafı, daha səmərəli əməyə üstünlüyün verilməsi, peşə hazırlığının yüksəldilməsi kimi stimullaşdırıcı funksiyalarını optimal strategiyalar səviyyəsində həll edə bilər. Əgər əmək bazarına əməyin təklifinin və əməyə olan tələbin uzlaşdırılması ilə əlaqədar iqtisadi münasibətlərin məcmusu kimi yanaşsaq, onda bu bazarın kompleks təhlili bir neçə istiqamətdə-əmək bazarının dinamikasının empirik tədqiqi istiqamətində, məcmu əmək bazarının tərkibində funksional alt sistemlərin dekompozisiyası istiqamətində, əmək bazarına qeyri-normal iqtisadiyyatın təsirinin öyrənilməsi istiqamətində, əmək bazarının tənzimlənməsinə xidmət edən praktiki mexanizmlərin hazırlanması istiqamətində və s. aparmaq olar. Əmək bazarı əməyə olan tələb və təklifin tənzimlənməsi mexanizmi olaraq əmək münasibətləri sektorunun bütün komponentlərini-mübadilə sferasını (işçi qüvvəsinin alqı–satqısı), işçi qüvvəsinin bölgüsü və istifadəsi sferasını, eləcə də əmək bazarının inkişafının proqnozlaşdırılması üçün mühüm əhəmiyyət kəsb edən əməyin təkrar istehsalı sferasını əhatə edir. Ölkənin əmək bazarının vəziyyəti və əhalinin məşğulluğu sferasının tənzimlənməsi qlobal sosial–iqtisadi nəticələrə malik problemdir. Çünki, bir tərəfdən əmək bazarı makroiqtisadi sistemin struktur komponenti kimi çıxış edir və ölkə iqtisadiyyatının fəaliyyətinin səmərəlilik göstəricisi bu komponentin fəaliyyətinin səmərəlilik xarakteristikasından xətti şəkildə asılıdır. Digər tərəfdən isə, iqtisadi sistemin inkişafının bir sıra sosial proseslərə göstərdiyi təsir məhz əmək bazarında əməyə təklif edilən qiymətlə müəyyən edilir. Odur ki, bazar münasibətləri sistemində əmək bazarındakı dəyişiklikləri baza dəyişikliyi kimi, digər bazarları xarakterizə edən prosesləri isə törəmə xarakterli proseslər kimi dəyərləndirmək olar. Əmək bazarının kibernetik sistem kimi xarakteristikalarının sistemli tədqiqi və ekonometrik modelləşdirilməsi və proqnozlaşdırılmasının müxtəlif aspektləri ilə dünyanın və Azərbaycanın bir sıra alimləri məşğul olmuşlar.Onların tədqiqatlarında əmək bazarına sistemli yanaşılmamış, onun kibernetik xarakteristikaları aşkar edilməmiş, bu bazarda parametrlər arasında əlaqələr sistem halında tədqiq edilməmiş, göstəricilər arasında asılılıqlar ekonometrik qiymətləndirilməmişdir. Odur ki,belə tədqiqatların aparılmasına zərurət vardır və bizim işin görülməsi bu gün çox aktualdir. Son illər iqtisadiyyatda uğurla həyata keçirilən kompleks islahatlar ölkənin əmək bazarına da ciddi təsir göstərmiş, burada əhəmiyyətli müsbət dəyişikliklərə nail olmuşdur. Belə ki, dövlət sektorunda çalışanların xüsusi çəkisi əvvəlki dövrün 35%-ə yaxın göstəricisi ilə müqayisədə əhəmiyyətli dərəcədə azalaraq 2016–cı ildə 24%-ə çatmışdır. Aparılmış sistemli təhlil Azərbaycan Respublikasında son illər əmək bazarının davranışı və inkişafı şəraitini aşağıdakı kimi qiymətləndirməyə imkan verir:

1.Son dövrlərdə ölkə əhalisi 16,8%, əmək ehtiyatları isə 10,8% artdığı halda, məşğulluğun artımı 11,8% olmuşdur.2.Tədqiq olunan dövrdə əhali məşğulluğu göstəricisi üzrə bərabər sürətli artım dinamikası müşahidə edilmişdir, lakin artım tempi get-gedə aşağı düşmüşdür.3.Əmək bazarında tələb və təklifin nisbətində kəskin dəyişikliklər müşahidə olunmasa da, hər halda ümumdünya maliyyə böhranının yaratdığı fəsadlar bu bazarda müəyyən gərginlik yaratmışdır.4.Ölkədə əhalinin məşğulluq və işsizlik problemlərini həll etmək üçün reallaşdırılması zəruri olan mühüm problemlərdən biri də ölkə iqtisadiyyatına xarici investisiyaların cəlb edilməsini aktivləşdirmək, bunun üçün cəlbedici investisiya mühitinin yaradılmasıdır. Bu baxımdan ölkəyə cəlb edilmiş xarici kapitalın ölkə əhalisinin məşğulluq və işsizlik problemlərinin həll edilməsində oynadığı rolun kəmiyyətcə qiymətləndirilməsi əmək bazarının idarə edilməsi baxımından vacib məqsəd kimi qarşıya çıxır.

Beləliklə, aparılmış sistemli təhlil nəticəsində belə bir qənaətə gəlmək olar ki, ölkə əhalisinin məşğulluğunun təmin edilməsi yalnız iqtisadi xarakterli deyil, həm də sosial xarakterli problem kimi dəyərlənməlidir və bu problemin optimal strategiyalar müstəvisində həlli ölkənin əmək bazarında tələb və təklifin tarazlaşdırılmasına şərait yaradacaqdır. Ümumdünya maliyyə böhranı şəraitində ölkənin siyasi və sosial-iqtisadi durumuna birbaşa təsir göstərmək iqtidarında olan bir qurum kimi dəyərləndirilən əmək bazarının səmərəli fəaliyyəti probleminin həlli xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Belə ki, böhranın təsiri əmək bazarında müəyyən gərginlik yaratmış və işsiz əhalinin say artımına gətirib çıxartmışdır. Odur ki, yaranmış real şərait əmək bazarının səmərəli idarəetmə strategiyaları əsasında tənzimlənməsini tələb edir. İqtisad elmində əmək bazarının tənzimlənməsi probleminin nəzəri aspektləri iki rakursdan–klassik yanaşmadan və Keynsçi yanaşmadan tədqiq edilmişdir. Əgər klassik yanaşma əmək bazarına özünü tənzimləyən sistem kimi baxır və bazarda tarazlığı əks etdirən əsas faktor kimi əməyin qiymətini qəbul edirsə, Keynsçi yanaşma əmək haqqının əmək bazarının tənzimlənməsi funksiyasını qəbul etmir, çünki əmək haqqının kəmiyyət xarakteristikası birqiymətli şəkildə müəyyən edilmişdir və bu göstəricidə reqressiv dəyişikliklər gedə bilməz. Keynsçi yanaşmaya görə bu tənzimləmə funksiyasını dövlət yerinə yetirməli və əmək bazarında əmək təklifi və əmək tələbi arasında disbalansı aradan qaldırmalıdır.Tədqiqatlar göstərir ki, əmək bazarı mürəkkəb kibernetik sistemlər üçün xarakterik olan bütün xarakteristikalara malikdir və bu bazarın optimal idarə edilməsi strategiyalarının qurulmasının ən səmərəli yolu onun mürəkkəb sosial-iqtisadi sistemlər kimi modelləşdirilməsidir. Bu zaman modelləşdirmənin predmeti olaraq əmək bütün funksional xarakteristikları-əhalinin təkrar istehsalı prosesləri, əmək ehtiyatlarının strukturu və ərazi üzrə paylanması, miqrasiya prosesləri, əmək ödənişinin mövcud vəziyyəti, məşğulluğun və işsizliyin səviyyəsi kimi faktorlar çıxış edirlər. İqtisadi-kibernetik sistemlərin əmək bazarı üçün səviyyəli olan xarakteristiklarına misal olaraq tamlıq, bölünənlik, təcridlilik və onun nisbiliyi, identifikasiya oluna bilməsi, müxtəliflik, qeyri-müəyyənlik, dinamiklik xarakteristikalarını göstərmək olar. Tədqiqatlar göstərir ki, əmək bazarı bütün bu sistem xarakteristikalarına malik olmaqla yanaşı, bəzi özəl xarakteristiklara–unikallıq, zəif əlaqəlilik və qeyri-entropiyalıq xassələrinə də malikdir. Əmək bazarının kibernetik sistem xarakteristikalarına malik olması bu bazarın tədqiqi üçün riyazi modelləşdirmənin bütün mexanizmlərdən, yəni optimallaşdırma metodundan, ekonometrik modelləşdirmə metodundan və imitasiya modelləşdirilməsi metodundan istifadəni mümkün edir. Lakin əgər optimallaşdırma metodu əmək bazarının tədqiqində fərdi tətbiq imkanlarına malikdirsə, ekonometrik və imitasiya modelləşdirilməsi metodları sintez olunaraq tətbiq edilməlidir. Sosial-iqtisadi sistemlərin bir tipi olmaqla əmək bazarının fəaliyyət mexanizmi aşağıdakı funksional–differensial tipli modellə ifadə edilə bilər:

$$\frac{dq}{dt} = F(Q, Y, L, Z, e)$$

Burada Q-əmək bazarının daxili vəziyyət vektoru; Y-əmək bazarına təsir edən xarici mühit faktorları vektoru, L-əmək bazarının öz-özünü tənzimləmə funksiyaları vektoru, Z–dövlətin idarəetmə məqsədi ilə əmək bazarına tətbiq etdiyi məqsədyönlü təsirlər vektoru, e-ətraf mühitin qeyri-müəyyənliyinin doğurduğu təsadüfi faktordur. F-ə isə əmək bazarı girişinin (təsiredici faktorlar çoxluğunun) çıxışa (əmək bazarının dinamikası) transformasiyasını təmin edən operator kimi baxılır. Təklif edilən tənzimləmə modelində Y və L komponentlərin iştirakı onu əmək bazarı üzrə optimal davranış strategiyalarının müəyyən edilməsi üçün işlək mexanizmə çevirir. Lakin bu halda əmək bazarı sistemi üçün hökmən optimallıq kriteriyası seçilməlidir. Ölkə və regional əmək bazarlarının fəaliyyətinin optimallaşdırılmasının bir aspekti Azərbaycan Respublikasının müxtəlif istehsal sahələrində faktiki məşğulluqla işçi qüvvəsinə səmərəli tələbin balanslılığı ilə əlaqədardır.Əmək bazarı üzrə proqnozlaşdırmanı həyata keçirmək üçün kəmiyyət, keyfiyyət təhlilinə əsaslanan müxtəlif üsullardan istifadə etmək olar. Bu halda əmək bazarının proqnozlaşdırılması üçün optimallaşdırma, ekstrapolyasiya, ekonometrik modelləşdirmə və imitasiya modelləşdirilməsi metodları tətbiq oluna bilər. Əmək bazarı üzrə proqnozlaşdırma aparan zaman ölkənin sosial-iqtisadi durumunu müəyyən edən bir çox faktorlar sistemli şəkildə əlaqələndirilməlidir. Bu faktorların qarşılıqlı əlaqəliliyi isə funksional asılılıqlar müstəvisində deyil, stoxastik asılılıqlar müstəvisi üzərindədir. Odur ki, əsas tədqiqat və proqnozlaşdırma vasitəsi olaraq asılılıqların ekonometrik modelləşdirilməsi metodu, daha doğrusu bu modelləşdirmənin "qara qutu" kimi baxılan əmək bazarı sisteminin giriş və çıxış komponentlərinin qeyri-kəmiyyət xarakterli olmasını nəzərdə tutan dispersiya və ya kovariasiya təhlili deyil, komponentlərin kəmiyyət xarakterli olmasına əsaslanan korrelyasiya-reqressiya təhlili mexanizmi tətbiq olunmalıdır.

Tədqiqatlar belə bir qənaətə gəlməyə imkan verir ki, əmək bazarının tədqiqi və proqnozlaşdırılmasında tam prioritetə malik vahid bir riyazi mexanizm təklif etmək mümkün olmasa da, daha səmərəli və real şəkildə adekvat nəticələr verən metodlar olaraq ekonometrik modelləşdirmə metodu və bu metodun kütləvi proseslər üçün modifikasiyası sayıla bilən kütləvi xidmət nəzəri olaraq çıxış edir. Odur ki, ölkənin əmək bazarının tədqiqi və proqnozlaşdırılması məsələsinin həllində riyazi modelləşdirmənin bu metodlarına üstünlük vermək məqsədəuyğundur.

Mirzəyev Fərhad,
texnika elmleri namizədi, dosent
Abbasova Şərqiyyə,
iqtisad elmləri namizədi, dosent
Quliyev Rafiq,
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Quliyeva Nərmin,
iqtisad elmləri namizədi, dosent
Baxışov Namik,
iqtisad elmləri namizədi, dosent
Bakı Dövlət Universiteti
farhad_1958@mail.ru

Davamlı inkişafın qiymətləndirilməsində faktor təhlilin tədbiqi

XX əsrin sonlarında Birləşmiş Millətlər Təşkilatı tərəfindən " Davamlı İnkişaf" adlıyeni bir konsepsiya qəbul edilmişdir. Konsepsiyanın məğzi "gələcək nəsillərin həyatını təhlükə altında qoymadan, indiki nəsillərin tələbatının normal ödənilməsindən" ibarətdir. Davamlı inkişaf konsepsiyası cəmiyyətlə təbiətin tarazılığına əsaslanan sosial-iqtisadi tərəqqinin təmin edilməsini nəzərdə tutur. Bu konsepsiyanı mövcud texnogen inkişafdan davamlı inkişafa keçidin dünya sivilizasiyası üçün yeni inkişaf mərhələsinin strategiyası kimi də qəbul etmək olar. Bizim ölkədə də bu istiqamətdə müəyyən işlər aparılır və "2008-2015-ci illərdə Azərbaycan Respublikasında yoxsulluğun azaldılması və davamlı inkişaf Dövlət Proqramı" qəbul edilmişdir. Beləliklə müasir dövrdə iqtisadiyyatın faktiki vəziyyətinin hərtərəfli təhlili və davamlılığın qiymətləndirilməsi məsələsi çox aktual və yerinə yetirilməsi zəruri xarakter daşıyan bir problemdir.

Hər bir ölkənin inkişafı çoxtərəfli və çox aspektli bir prosesdir və adətən sosial və iqtisadi məqsədlər nöqteyi-nəzərindən araşdırılır. Hətta iqtisadi inkişafdan danışdıqda belə, onu sosial inkişafdan ayırmaq olmur.

Sosial-iqtisadi göstəricilər bloku bu və ya digər ölkənin iqtisadi vəziyyətini xarakterizə edən əsas makro iqtisadi göstəricilər arasında kifayət qədər mühüm yer tutur. Məsələn, əhalinin həyat səviyyəsinin təhlili prosesində iqtisadi islahatların təsirinin nəticələrini qiymətləndirmə vasitəsi kimi müxtəlif makroiqtisadi və sosial göstəricilərindən istifadə edilir. Bu baxımdan məqalədə ümimlikdə 23 göstərici əsas götürülərək onların çoxölçülü statistika üsulu və ekonometrik modelləşdirmə vasitəsi ilə qiymətləndirilməsinin təhlili aparılmışdır.Çoxölçülü statistika metodlarınn tədqiqi bu göstəricilərin bir neçə mühüm faktora qədər ixtisarına imkan yaradır ki, bu da nəticə etibarilə onların qiymətləndirilməsini kifayət qədər asanlaşdırır. Başqa sözlə desək, çoxölçülü statistika üsullarına aid olan faktor təhlili üsulu və onun müxtəlif modifikasiyalarınınəsas məqsədi təhlil edilən göstəricilərin sayını bir neçə ümimləşdirilmiş faktora gədər azaltmaq və onları bu faktorların xətti kombinasiyası kimi göstərməkdir.

Bu məqsədlə göstəricilər haqqında ilkin məlumatı $X=\{X_{ij}\}, i,=1,...,m,\ j=\ 1,...,n$ matrisi ilə təsvir edək. Burada X_{ij}–*i-ci* göstəricinin *j-ci*ildə qiyməti, *m*- göstəricilərin sayi, *n*- illərin sayıdır. Beləlikə tədqiqat zamanı biz 14 il ərzindəki 23 makroiqtisadi, sosial və ekoloji göstəriciləri təqdim edərək, 23*14 ölçülü matrisin elementlərini təhlil etmiş, daha sonra X matrisinin standartlaşdırılmış $Z=\{Z_{ij}\}$formasına gətiririk: $z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}}{\sigma_j}$. Daha sonra standartlaşdırılmış qiymətlərin köməyi ilə təhlil edilən dəyişənlər arasında $R = \frac{1}{n} ZZ'$ -korrelyasiya əmsalları hesablanır.Aydındır ki, qurulmuş korrelyasiya matrisası üçün məxsusi qiymətlər və onlara müvafiq məxsusi vektorlar nəticə etibarilə $|R-\lambda E|=0$ - xarakteristik tənliyindən təyin edilir. Daha sonra tapılmış məxsusi ədədlərdən dioqanal Λ matrisi qurulur. Nəticədə Λ matrisi və *V*-normalaşdırılmış məxsusi vektorları əsasında qurulmuş *A*-faktor yuklənməsi matrisi təyin olunur.Ümimləşdirilmiş faktorlar aşağıdakı kimi təsvir olunur:

$F = A^{-1}Z'$ və ya $F = \Lambda^{-1}A'Z'$,

burada *A*-faktor yüklənməsi matrisi;

F- faktorlar vektoru;

Λ – xarakteristik ədədlərdən qurulan diaqonal matrisdir.

Faktor təhlili üsullarından praktiki məsələlərin həllində ən cox istifadə olunanı əsas komponentlər üsuludur. Əsas komponentlərin seçimində ilk növbədə ən yüksək dispersiyaya malik olan komponentə üstünlük verilir, növbəti mərhələdə ondan kiçik dispersiyalı komponent seçilir və s. Beləliklə, bu proses zamanı ilkin göstəricilər çoxluğunun sayı aşağı düşür və çoxsaylı indikatorlar əvəzinə, araşdırılan dövr ücün ölkənin sosial-iqtisadi inkişafına təsir göstərən əsas faktorları üzə çıxarmaq mümkün olur ki**,** bu da çox aktual problemdir.

Işdə əsas komponentlər üsulunun tətbiqi SPSS proqramı [2] vasitəsi ilə yerinə yetirilmişdir. Əsas komponentlər üsulunu tədbiqi nətəcəsində 23 göstərici 3 faktora endirilmiş və təhlilin məqsədlərindən biri-elementar əlamətlərin böyük miqdarını halların tutumlu daxili xarakteristikalarının az miqdarı vasitəsilə ifadə etməklə əlamət fəzasının (səkkiz dəfə) qısaldılması məsələsi həll edilmişdir. Beləliklə, 2000-2013-ci illər ərzində çoxölçülü statistik təhlil vasitəsi ilə Azərbaycanın iqtisadi, sosial və ekoloji göstəricilərini araşdırmaqla üç faktor aşkar edilmişdir. Seçilmiş faktorların əsasında bunların mümkün inkişaf ənənələrini ekonometrik modelləşdirmə vasitəsilə proqnozlaşdırmaq olar. Belə ki davamlı sosial iqtisadi inkişafını xarakterizə edən əsas indikatorlardan biri insan inkişafı indeksi (human development index-HDİ) xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Bu məqsədlə işdə həmçinin əldə edilmiş faktorlar və insan inkişafı indeks ilə əlaqəni qiymətləndirmək üçün ekonometrik model də təklif olunmuşdur [3]. Modelin konkret formasını çox ölçülü xətti reqressiya tənliyi kimi təsvir etmək olar:

$HDI = b(0) + b(I)F1 + b(2)F2 + b(3)F3$.

Qeyd edək ki, Eviews proqramından istifadə edərək, ekonometrik modelın daha konkret formasını ala bilərik:

*HDI = 0.707+0.020*F1 + 0.0194*F2 - 0.0007*F3.*

Sonda onu qeyd edək ki, modelin statistik xarakteristikaları və onların müqayisəli təhlili onu deməyə əsas verir ki,qurulan model kifayət gədər adekvatdır və proqnoz üçün istifadə edilə bilər.

Mirzəyeva Səlimə,
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
Fərzullazadə Abid,
mütəxəssis
Lənkəran Dövlət Universiteti
abid.ferzullazade@mail.ru
mirzayeva_salima@mail.ru

Loqistik tənliyin həllinin ehtimal xassəsi

Məlumdur ki,

$$y' = (1-y)y \tag{1}$$

tənliyi dəyişənlərinə ayrıla bilən adi diferensial tənlikdir və eyni zamanda loqistik diferensial tənlik (populyasiya tənliyi) adlanır $[1,2]$.

Aydındır ki, bu diferensial tənliyin aşkar şəkildə həlli

$$y(t)=\frac{ce^t}{1+ce^t}$$

kimi təyin olunur. Burada $c=1$ götürsək onda (1) tənliyinin həlli aşağıdakı kimi olar:

$$y(t)=\frac{e^t}{1+e^t}. \tag{2}$$

Burada $t=-\frac{\pi(x-m)}{\sqrt{3}\sigma}$ əvəzləməsini aparsaq (2) həllini

$$y(t)=F(x)=\frac{\exp\left(-\frac{\pi(x-m)}{\sqrt{3}\sigma}\right)}{1+\exp\left(-\frac{\pi(x-m)}{\sqrt{3}\sigma}\right)} \tag{3}$$

kimi alarıq. (3) funksiyasına (m,σ^2) parametrli loqistik paylanma funksiyası deyilir $[4]$.

(3) loqistik paylanma funksiyasının sıxlıq funksiyası

$$f(x)=\frac{\pi\exp\left(-\frac{\pi}{\sqrt{3}}\frac{(x-m)}{\sigma}\right)}{\sigma\sqrt{3}\left(1+\exp\left(-\frac{\pi(x-m)}{\sigma\sqrt{3}}\right)\right)^2}, \tag{4}$$

riyazi gözləməsi

$$\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=m, \tag{5}$$

dispersiyası isə

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx=\sigma^2 \tag{6}$$

düsturları ilə hesablanır.

İqtisadi-ekoloji məsələlərdə paylanma loqistik təbiətə malikdirsə, tətbiqi baxımından əsasən (0,1) intervalının parametrləri ilə təyin olunur.

Loqistik paylanmanı xarakterizə edən xarakteristik funksiya aşağıdakı şəkildə təyin edilir:

$$f(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx}p(x)dx=e^{itm}\Gamma\left(1-i\frac{\sigma\sqrt{3}}{\pi}t\right)\Gamma\left(1+i\frac{\sigma\sqrt{3}}{\pi}t\right) \tag{7}$$

Burada moda və median m-ə, assimmetriya əmsalı 0, eksesa əmsalı isə 1,2 bərabər olur.

Loqistik paylanma funksiyası normal paylanmadan kifayət qədər az fərqlənir. Bu paylanma vasitəsi ilə tibbi-biologiyanın bir çox mühüm məsələlərini və həmçinin bir çox biokimyəvi reaksiyaları xarakterizə etmək olar.

Bilirik ki, populyasiya tənliyi aşağıdaki kimidir:

$$y'=(b-ay)y. \tag{8}$$

(8) tənliyinin həlli

$$y(t)=\frac{ae^{at}}{1+be^{at}} \tag{9}$$

kimidir. $t=-\frac{\pi(x-m)}{\sqrt{3}\sigma}$ əvəzləməsini aparsaq (9) həllini aşağıdakı kimi alarıq:

$$y(t) = F(x) = \frac{ae^{a\left(-\frac{\pi(x-m)}{\sqrt{3}\sigma}\right)}}{1+be^{a\left(-\frac{\pi(x-m)}{\sqrt{3}\sigma}\right)}} \tag{10}$$

(10) funksiyası (3) funksiyası ilə eyni sinfə məxsus olduğundan bu funksiya da təsadüfi kəmiyyəti xarakterizə edən paylanma funksiyasıdır. Paylanma funksiyası vasitəsilə sıxlıq funksiyası aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$f(x) = F'(x) = \frac{-\frac{a\pi}{\sqrt{3}\sigma}e^{-\frac{\pi(x-m)}{\sqrt{3}\sigma}}}{\left(1+be^{a\left(-\frac{\pi(x-m)}{\sqrt{3}\sigma}\right)}\right)^2} \tag{11}$$

(11) sıxlıq funksiyasından görünür ki, populyasiya məsələsi xalis təsadüfi xarakterə malik olan məsələdir.

Muradov Məmməd,
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, baş müəllim
Lənkəran Dövlət Universiteti
mammad_2011@mail.ru

Riyaziyyat dərslərində nəzarətin və özünüidarəetmənin əsas xüsusiyyətləri

Şagirdlərin bilik və bacarıqlarının idarə edilməsi öyrənmə prosesinin tərkib hissəsidir. Şagirdlərin öyrənmə fəaliyyətinin düzgün şəkildə qurulmasına nəzarət müəllimə şagirdin əldə etdiyi bilik və bacarığı qiymətləndirmək, vaxtında lazımi kömək göstərmək və müəyyən edilmiş təlim məqsədlərinə nail olmaq imkanlarını verir.

Nəzarət müəllimə yalnız öyrənilən materialların öyrənilməsinin səviyyəsini düzgün qiymətləndirməyi deyil,eyni zamanda öz uğurlarını və çətinliklərini təhlil etmək imkanı yaradır . Biliyin hər tərəfli yoxlanması və nəticələrin vaxtında qiymətləndirilməsi olmadan, riyaziyyatın tədrisinin effektivliyindən danışmaq mümkün deyil.

Bilik və bacarıqların idarə edilməsinin əsas məqsədi şagirdlərin nailiyyətlərini və uğurlarını aşkar etməkdir. Birinci məqsəd riyaziyyat proqramın tələblərinə əsasən keyfiyyətli bilik, bacarıq və vərdişləri şagirdlərə öyrətməkdir. İkinci, əsas məqsəd şagirdlərə qarşılıqlı nəzarət və özünü idarəetmə qabiliyyətini, özünüidarəetmə və qarşılıqlı nəzarətə ehtiyacın formalaşdırılmasını aşılamaqdır. Üçüncü məqsəd şagirdlərə məsuliyyət, təşəbbüskarlıq kimi şəxsi keyfiyyətləri öyrətməkdir.

Nəzarət funksiyası şagirdlərin bilik və bacarıq və əqli inkişaf səviyyəsini müəyyən etməyə xidmət edir. Nəzarətnın köməyi ilə ilkin səviyyəli bilik, bacarıq və qabiliyyətlər daha da möhkəmləndirilmək üçün müəyyənləşdirilir. Planlaşdırılan faktiki nəticələrlə müqayisə edilir, müəllimin istifadə etdiyi metodların, formaların və vasitələrin effektivliyini müəyyən edilir.

Təhsilin nəzarət funksiyası bilik və bacarıqların artırılması, onların sistemləşdirilməsidir. Riyaziyyatdan tapşırıqların icrası zamanı şagirdlər tədqiq olunan materialları təkrarlayır və birləşdirirlər. Onlar daha əvvəl öyrəndiklərini təkrarlayır, həm də yeni vəziyyətdə bilik və bacarıqları tətbiq edirlər. Nəzarət ümumiləşdirmə və məlumatların sistemləşdirilməsinə kömək edir.

Diaqnostik nəzarət funksiyasının mahiyyəti şagirdlərin bilik və bacarıqlarında səhvlər, çatışmazlıqlar və boşluqlar barədə məlumatlar əldə etməkdən ibarətdir. İnkişafın idarə olunması funksiyası şagirdlərin bilik fəaliyyətini stimullaşdırmaq, yaradıcılıq qabiliyyətlərini inkişaf etdirməkdir. Nəzarət şagirdlərin inkişafında müstəsna imkanlara malikdir. Nəzarət şagirdlərdə danışma, yaddaş, diqqət, təxəyyül, iradə və düşüncə imkanlarını inkişaf etdirir. Biliyin yoxlanması bacarıqlar, meyllər, maraqlar, ehtiyaclar kimi şəxsi keyfiyyətlərin inkişafı və formalaşmasında böyük təsirə malikdir.

Orientasiyalı nəzarətnın mahiyyəti fərdi bir şagird və sinifin öyrənilməsi məqsədi ilə əldə olunan nailiyyət dərəcəsi haqqında məlumat əldə etməkdir.Öyrənilən məlumatların nə qədər öyrənildiyini və öyrənilməsinin səviyyəsini müəyyən edir. Nəzarət şagirdi onun çətinlikləri və nailiyyətləri ilə əlaqələndirir. Şagirdin səhvlərini və çatışmazlıqlarını açdıqda, o, bilik və bacarıqları artırmaq üçün çalışır. Nəzarət, şagirdin özünü yaxşı dərk etməsinə, bilik və bacarıqlarını qiymətləndirməsinə kömək edir.

İnkişafın idarə olunması funksiyası şagirdlərin bilik fəaliyyətini stimullaşdırmaq, yaradıcılıq qabiliyyətlərini inkişaf etdirməkdən ibarətdir. Nəzarət şagirdlərin inkişafında müstəsna imkanlara malikdir. Nəzarət obyektiv, hərtərəfli, müntəzəm və fərdi olmalıdır.

Nəzarət prinsipləri:

- Məqsədəuyğun nəzarətnın məqsədi aşağıdakı suallara cavab verir: nə yoxlanılmalı, nəzarətnın nəticələrinə əsasən hansı nəticələr çıxarılmalı, nəzarətdan hansı təsir gözlənilməlidir.
- Nəzarətnın obyektivliyi şagirdlərin faktiki fəaliyyətini təhrif edən və nəzarətnın təhsil dəyərini azalda bilən subyektiv və səhv qərarların qəbul olumasından uzaqlaşmaq üçündür.
- Kompleks nəzarət riyaziyyat dərslərində öyrənilən materialların mənimsənmə dərəcəsini və tətbiqi səviyyəsini müəyyənləşdirmək məqsədilə aparılır.
- Daimi sistematik nəzarət ümumi tədris prosesini əhatə edir və fərdi nəzarət hər bir şagirdin bilik və bacarıqlarının qiymətləndirilməsini tələb edir.

Namazov Malik,
kiçik elmi işçi
Bakı Dövlət Universiteti
maliksona@mail.ru

Krılov altfəzasında bazislərin Arnold ortoqonallaşması

$K_m(v_1, A)$ Krılov fəzasında bazis qurmaq üçün aşağıdakı qaydanı tətbiq edək. Əvvəlcə

$$w_1 = v_1,\ w_2 = Aw_1,\ w_3 = A^2 w_1 = Aw_2, \ldots, w_m = A^{m-1} w_1 = Aw_{m-1}$$

vektorları tapaq. Tərifə görə $K_m(v_1, A) = span\{w_1, w_2, \ldots, w_m\}$.

Indi isə

$$v_{k+1} = w_{k+1} - \sum_{i=1}^{k} \alpha_i v_i \qquad (1)$$

ortoqonallaşma qaydasını tətbiq edib $\{w_1, w_2, \ldots, w_m\}$ dən - $\{v_1, v_2, \ldots, v_m\}$-ə keçək və alınan vektorları normallaşdıraq. Fərz edək ki, əvvəlki k-vektorlar qurulub, yəni

$$\forall i, j (1 \le i, j \le k): \quad (v_i, v_j) = \begin{cases} 0, & i \ne j \\ 1, & i = j \end{cases}$$

Onda belə yazamaq olar

$$v_{k+1} = Av_k - \sum_{i=1}^{k} \alpha_i v_i \tag{2}$$

v_{k+1} ortoqonallaşma üçün, bərabərliyin hər iki tərəfini əvvəlki $v_k \left(j \le k\right)$ vektora skalyar hasilini sıfra bərabər edirlər

$$(Av_k, v_j) - \sum_{i=1}^{k} \alpha_i (v_i, v_j) = 0$$

Burada (2)-ni nəzərə alsaq , onda α_j əmsalları asanlıqla tapılır:

$\alpha_j = \left(Av_k, v_j\right).$

Yazılan üsulun aşağıdakı alqoritminə Arnold ortoqonallaşdırma deyilir.

İlkin verilənlər: v_1 , $\alpha_j \|v_1\|_2 = 1;\ A;\ m$

$j = \overline{1, m}$ olduqda icra et: $w := Av_j$

$i = \overline{1, j}$ olduqda icra et: $h_{ij} := \left(w, v_i\right)$

$$w := w - h_{ij} v_i$$

$i -$ ni çoxaltmaq

$h_{j+1,j} := \|w\|_2$

Əgər $h_{j+1,j} := 0$ olanda SONA keçin. Bazis qurulub.

$v_{j+1} := \dfrac{w}{h_{j+1,j}}$

j-u çoxaltmaq

Qeyd: Burada ortoqonallaşma əmsalları üçün, $h_{j+1,j} v_{j+1} := Av_j - \sum_{i=1}^{j} h_{ij} v_i$ cəbri ifadəsindən görüdüyü kimi alqoritmin daxili dövrünə ikiqat indeksləşmə daxil edilir.

Paşayev Nahid,
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
Lənkəran Dövlət Universiteti
umud_96@gmail.ru

Reaksiya-diffuziya tipli sistem üçün bir tərs məsələ haqqında

Təqdim olunan işdə bir sinif ikinci tərtib parabolik tənliklər sistemində zaman dəyişənindən asılı naməlum əmsalların tapılması haqqında tərs məsələnin təqribi həlli cəhətləri araşdırılır. Naməlum əmsalların tapılması üçün verilən şərtlər qeyri-lokal(inteqral) şəklindədir.

$\{u_k(x,t), c_k(t), k=\overline{1,m}\}$ funksiyalar cütlərinin tapılması haqqında aşağıdakı tərs məsələyə baxaq:

$$\frac{\partial u_k}{\partial t}-\frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2}+c_k(t)u_k=f_k(x,t,u_1,\dots,u_m), \qquad (x,t)\epsilon D=(0,l)\times(0,T] \qquad (1)$$

$$u_k(x,0)=\varphi_k(x), \qquad x\epsilon[0,l];\ u_k(0,t)=\psi_{0k}(t), \qquad u_k(l,t)=\psi_{1k}(t), \qquad t\epsilon[0,T] \quad (2)$$

$$\int_0^l u_k(x,t)dx=g_k(t), \qquad t\epsilon[0,T] \qquad (3)$$

burada, $f_k(x,t,u_1,\dots,u_m)$, $\varphi_k(x), \psi_{0k}(t), \psi_{1k}(t)$, $g_k(t)$, $k=\overline{1,m}$ tələb olunan şərtləri ödəyən kifayət qədər hamar funksiyalardır, $T=const>0$.

Adamar mənada korrekt olmayan (1)-(3) məsələsinin Tixonov mənada korrektliyi(klassik həllin yeganəliyi və dayanıqlığı, bəzi hallarda həm də varlığı) [1,2]və sairə işlərdə araşdırılmışdır.

Asanlıqla göstərmək olar ki, əgər (1)-(3) məsələsinin $C^{2,1}(\overline{D})\times C[0,T]$ sinfindən olan $\{u_k(x,t), c_k(t), k=\overline{1,m}\}$ həlli varsa, onda bu funksiyalar həm də (1), (2) və

$$c_k(t)=\left[\frac{\partial u_k(l,t)}{\partial x}-\frac{\partial u_k(0,t)}{\partial x}-\frac{dg_k(t)}{dt}\right]\Bigg/\int_0^l f_k(x,t,u_1,\dots,u_m)dx \qquad (4)$$

münasibətlərini ödəyir. Başqa sözlə, (1), (2), (3) və (1), (2), (4) məsələləri ekvivalentdir.

(1), (2), (4) məsələsinin ədədi üsullarla təqribi həlli ikitəbəqəli sonlu-fərqlər sxemini tətbiq etməklə tapılır[3]. Təklif olunan üsul aşağıdakı alqoritm üzrə aparılır: əvvəlcə c_k^0, $k=\overline{1,m}$ ədədləri seçilir və $j=0$ olduqda $u_k^{i,1}$, $i=\overline{0,n}, k=\overline{1,m}$aşağıdakı münasibətlərdən tapılır:

$$\frac{u_k^{i,j+1}-u_k^{i,j}}{\tau}-\sigma\frac{u_k^{i+1,j+1}-2u_k^{i,j+1}+u_k^{i-1,j+1}}{h^2}-(1-\sigma)\frac{u_k^{i+1,j}-2u_k^{i,j}+u_k^{i-1,j}}{h^2}+c_k^j u_k^{i,j+1}=$$
$$=f_k^{i,j}, f_k^{i,j}=f_k(ih,j\tau,u_1^{ij},\dots,u_m^{ij}) \qquad (5)$$

$$u_k^{i,0}=\varphi_k^i, i=\overline{0,n}, u_k^{0,j+1}=\psi_{0k}^{j+1}, u_k^{n,j+1}=\psi_{1k}^{j+1}, j=\overline{0,p-1} \qquad (6)$$

Tapılmış $u_k^{i,1}$, $i=\overline{0,n}$ vasitəsilə $j=0$ olduqda

$$c_k^{j+1}=\left[\frac{\psi_{1k}^{j+1}-u_k^{n-1,j+1}}{h}-\frac{u_k^{1,j+1}-\psi_{0k}^{j+1}}{h}-\frac{g_k^{j+1}-g_k^j}{\tau}\right]\Bigg/\int_0^l f_k\left(x,t^j,u_1(x,j\tau),\dots,u_m(x,j\tau)\right)dx,$$
$$k=\overline{1,m} \qquad (7)$$

münasibətindən c_k^1-lər tapılır və $\{u_k^{i,1}, c_k^1, i=\overline{0,n}, k=\overline{1,m}\}$qiymətləri (5), (6), (7) sistemində $j=1$ qəbul etməklə, alqoritmin növbəti mərhələsinin aparılmasında istifadə olunur.
İşdə tətbiq olunan sxem üzrə tapılan təqribi həllərin (1), (2), (3) məsələsinin dəqiq həllinə yığılması göstərilmişdir.

Panakhov Etibar,
doctor of physical and mathematical sciences, professor
Ahu Ercan,
research assistant, doctor of mathematical science
Firat University, Elazig/Turkey
Baku State University, Baku/Azerbaijan
epenahov@hotmail.com
ahuduman24@gmail.com

On discontinuous conformable Sturm-Liouville problems with eigenvalue dependent boundary conditions

Abstract. Khalil define a simple fractional derivative called the conformable derivative which is based on the basic limit definition of the derivative in “A new definition of fractional derivative”.

Let $f:[a,\infty)\to R$ and $t>0$. Then the left fractional conformable derivative of f of order $0<\alpha\le 1$ is defined by [3,4]

$$\left(T_\alpha^a f\right)(t)=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{f\left(t+\varepsilon(t-a)^{1-\alpha}\right)-f(t)}{\varepsilon}.$$

The right fractional conformable derivative of order $0<\alpha\le 1$ is defined by

$$\left({}_\alpha^b Tf\right)(t)=-\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{f\left(t+\varepsilon(b-t)^{1-\alpha}\right)-f(t)}{\varepsilon}$$

In this study, we study general spectral theory of fractional Sturm-Liouville problems to the case of conformable discontinuous Sturm-Liouville problems with spectral parameter contained in boundary condition and with this end, we show the properties of operator and obtain the representations of the solutions under different initial conditions and the asymptotic formulas for the eigenfunctions and the eigenvalues. Also, we compare the solutions with graphics with different orders and different potentials and so, we observe the behaviors of eigenfunctions.

In this study we consider conformable discontinuous Sturm-Liouville equation

$$\ell_\alpha y:=\begin{cases}-T_\alpha^0 T_\alpha^0 y(x)+q(x)y(x)=\lambda y(x),\ 0<x<d,\\ -{}^\pi T_\alpha\,{}^\pi T_\alpha y(x)+q(x)y(x)=\lambda y(x),\ d<x<\pi\end{cases}\tag{1}$$

where $\lambda=k^2$ is a spectral parameter , $0<\alpha\le 1,\ x\in[0,\pi],\ T_0^\alpha$ and ${}_\alpha^\pi T$ are conformable derivative operators, $q(x)$ is a real-valued in $L_2(0,\pi)$, $y(x)$ is $2\alpha-$ continuously differentiable on $[0,\pi]$, that is $y\in C^{2\alpha}[0,\pi]$, $T_\alpha^0(y)$ and ${}^\pi T_\alpha$ are continuous on $[0,\pi]$.

We use the following boundary conditions throughout our study,

$$T_\alpha^0 y(0)=0,\tag{2}$$

$$\lambda\left({}^\pi T_\alpha y(\pi)+Hy(\pi)\right)-H_1\,{}^\pi T_\alpha y(\pi)-H_2 y(\pi)=0,\tag{3}$$

and jump conditions

$$\begin{cases}y(d+0)=-\beta y(d-0)\\ {}^\pi T_\alpha y(d+0)=\beta^{-1}T_\alpha^0 y(d-0)\end{cases},\tag{4}$$

where β, d, h, H, H_1 and H_2 are real constants, $\beta\ne 1,\ \beta>0,\ HH_1-H_2>0,\ d\in(0,\pi)$.

We prove that the linear operator ℓ_α is symmetric, all eigenvalues of problem (1)-(4) are real and two eigenfunctions $f(x,\lambda_1)$ and $g(x,\lambda_2)$ corresponding to different eigenvalues λ_1 and λ_2 are orthogonal.

The most important advantage of conformable derivative has similar properties with the ordinary derivative like the derivative of the product and quotient of two functions, and also it enables variation of order between $0<\alpha\le 1$, and when $\alpha=1$, it corresponds to ordinary derivative. Levitan and Sargsjan analyzed spectral theory of S--L problems in usual case. Differently from “Selfadjoint Ordinary Differential Operators”, we investigate spectral properties of discontinous fractional S--L problems with spectral parameter contained in boundary condition by using conformable derivative.

Qasımov Qurban,
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Kazımova Gülnar,
magistrant
Bakı Dövlət Universiteti
gkurban@mail.ru
grkazimova@gmail.com

Bir qeyri-xətti dinamik sistemin kanonik ayrılışa əsaslanan xəttiləşdirmə üsulu ilə koreliasyon təhlili

İşdə

$$Y'(t) = 1 - Y^{\alpha}(t) + X(t)\,, t > 0\,, \alpha > 1 \quad (1)$$

tənliyi ilə ifadə olunan qeyri-xətti dinamik sistemin ehtimali-koreliasyon araşdırılması aparılır; burada $X(t)$-stasionar təsadüfi funksiyadır. $X(t)$-nin riyazi gözləməsi $m_x(t) = 0$, $K_x(\tau)$ korelyasiya funksiyası məlumdur. Fərz edilir ki, $t = 0$ anında sistemin çıxış dəyişəni 1-ə bərabərdir.

Kanonik ayrılışa əsasən xəttiləşdirmə üsulundan [1] istifadə olunur; (1) tənliyinin sağ tərəfi mərkəzləşdirilmiş $X^{\circ}(t)$ və $Y^{\circ}(t)$ təsadüfi funksiyalarına nəzərən Teylor sırasına ayrılır.(1)-in sağ tərəfini $g(X,Y)$ ilə işarə edərək, aşağıdakı təqribi münasibəti yazırıq :

$$g(X,Y) \approx g(m_x, m_y) + \frac{\partial}{\partial(X)} g(m_x, m_y)(X - m_x) + \frac{\partial}{\partial(Y)} g(m_x, m_y)\,(Y - m_y) =$$
$$[1 - m_y^{\alpha}(t) + m_x(t)] + X^{\circ}(t) + [-\alpha m_y^{\alpha-1}(t)]Y^{\circ}(t). \quad (2)$$

$Y'(t) = m_y'(t) + Y^{\circ}(t)$ və $m_x(t) = 0$ olduğundan , (1) və (2) münasibətlərindən alırıq :

$$m_y'(t) + Y^{\circ\prime}(t) = [1 - m_y^{\alpha}(t)] + X^{\circ}(t) + [-\alpha m_y^{\alpha}(t)]Y^{\circ}(t)\,. \quad (3)$$

(3)-ün hər iki tərəfinin riyazi gözləmələrini bərabərləşdirək:

$$E[m_y'(t)] + E[Y^{\circ\prime}(t)] = E[1 - m_y^{\alpha}(t)] + E[X^{\circ}(t)] + E[-\alpha m_y^{\alpha-1}(t)Y^{\circ}(t)\,].$$

Buradan da

$$m_y'(t) = 1 - m_y^{\alpha}(t) \quad (4)$$

alırıq. $Y(0) = 1$ başlanğıc şərtinə əsasən $m_y(0) + Y^{\circ}(0) = 1$.

axırıncı bərabərlikdən də $m_y(0) = 1$ (5)

şərtini alırıq. (4),(5) məsələsinin həlli $m_y(t) \equiv 1$.

(3)-dən (4)-ü tərəf-tərəfə çıxsaq,

$$Y^{\circ\prime}(t) = X^{\circ}(t) - \alpha m_y^{\alpha-1}Y^{\circ}(t) = -\alpha\, Y^{\circ}(t) + X^{\circ}(t) \quad (6)$$

tənliyini yaza bilərik. (6) tənliyinin $Y^{\circ}(0) = 0$ şərtini ödəyən həlli

$Y^{\circ}(t) = \int_0^t e^{-\alpha(t-r)}\, X^{\circ}(\tau)d\tau.$

$Y(t)$təsadüfi funksiyası $Y^{\circ}(t)$ təsadüfi funksiyasından təsadüfi olmayan $m_y(t)$ funksiyası ilə fərqləndiyindən, $Y(t)$ və $Y^{\circ}(t)$ təsadüfi funksiyalarının korelyasiya funksiyaları üst-üstə düşür:

$$K_y(t_1, t_2) = \int_0^{t_1}\int_0^{t_2} e^{-\alpha[(t_1-\tau_1)+(t_2-\tau_2)]}\, K_x(\tau_2 - \tau_1)d\tau_1 d\tau_2\,. \quad (7)$$

(7) düsturundan, xüsusi halda , $t_1 = t_2 = t$ olduqda, $Y(t)$-nin dispersiyası üçün aşağıdakı düstur alınır:

$$D[Y(t)] = K_y(t,t) = \int_0^t\int_0^t e^{-\alpha(2t-\tau_1-\tau_2)}\, K_x(\tau_2 - \tau_1)d\tau_1 d\tau_2\,.$$

$\tau = \tau_2 - \tau_1$ işarə etsək, bəzi çevirmələrdən sonra dinamik sistemin çıxış dəyişəninin dispersiyası üçün aşağıdakı düsturu almış oluruq :

$$D[Y(t)] = \frac{1}{\alpha}\int_0^t K_x(\tau)\, e^{-\alpha\tau}[1 - e^{-2\alpha(t-\tau)}]d\tau\,. \quad (8)$$

(8) düsturunu praktikada vacib hesab olunan $K_x(\tau) = \sigma^2 e^{-\beta\tau^2}$ tipli korelyasiya funksiyasına tətbiq edək. Fərz edək ki, $\beta = \alpha$; onda

$$D[Y(t)] = \sigma^2 e^{\alpha/4}\left\{\int_0^t e^{-\alpha\left(\tau+\frac{1}{2}\right)^2} d\tau - e^{-2\alpha t}\int_0^t e^{-\alpha\left(\tau-\frac{1}{2}\right)^2} d\tau\right\}$$

Bəzi çevirmələrdən sonra

$$D[Y(t)] = \sigma^2\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\, e^{\alpha/4}\left\{\phi_0\left((2t+1)\sqrt{\frac{\alpha}{2}}\right) - \phi_0\left(\sqrt{\frac{\alpha}{2}}\right) - \left[\phi_0\left((2t-1)\sqrt{\frac{\alpha}{2}}\right) + \phi_0\left(\sqrt{\frac{\alpha}{2}}\right)\right]e^{-2\alpha t}\right\}$$

düsturunu alırıq , harada ki $\phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-z^2/2} dz$ Laplas funksiyasıdır.

Qasımov Qurban,
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Mustafayeva Leyla,
magistrant
Bakı Dövlət Universiteti
gkurban@mail.ru
leyla.mustafayeva.96@bk.ru

Dalğa tənliyi üçün təsadüfi başlanğıc funksiyalarına malik Koşi məsələsinin həllinin ehtimal xarakteristikalarının hesablanması

Aşağıdakı Koşi məsələsi araşdırılır:

$$\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} = a^2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2},\ -\infty < x < \infty,\ \ t > 0,$$

$$U(x,0) = \xi_1(x),\ \frac{\partial}{\partial t}U(x,t)\Big|_{t=0} = \xi_2(x),\ -\infty < x < \infty;$$

burada a -rəqslərin yayılma sürətini ifadə edən parametr, $\xi_1(x)$ və $\xi_2(x)$ isə geniş mənada stasionar sistem təşkil edən başlanğıc funksiyalardır, yəni bu funksiyaların riyazi gözləmələri sabitdir: $\overline{\xi_1}, \overline{\xi_2}$ - məlum sabitlərdir, onların avtokorelyasiya və qarşılıqlı korelyasiya funksiyaları isə yalnız arqumentlərin fərqindən asılıdır:

$$K_{\xi_1}(x_1,x_2) = K_{\xi_1}(x_2 - x_1),\ K_{\xi_2}(x_1,x_2) = K_{\xi_2}(x_2 - x_1),\ R_{\xi_1\xi_2}(x_1,x_2) = R_{\xi_1\xi_2}(x_2 - x_1).$$

Fərzedilirki, $\xi_1(x)$-in 2-ci, $\xi_2(x)$-in isə 1-ci tərtibəqədərkəsilməztörəmələri var.

Məlumdurki, buməsələninhəlliDalamberdüsturuilətəyinolunur:

$$U(x,t) = U_1(x,t) + U_2(x,t);$$

$$U_1(x,t) \equiv \frac{1}{2}[\xi_1(x+at) - \xi_1(x-at)],\ U_2(x,t) \equiv \frac{1}{2a}\int_{x-at}^{x+at}\xi_2(y)dy.$$

Riyazi gözləmənin xəttilik xassəsinə əsasən U(x,t)-nin riyazi gözləməsini tapırıq:

$$E[U(x,t)] = E[U_1] + E[U_2] = \overline{\xi_1} + \overline{\xi_2}t$$

Təsadüfi funksiyanın korelyasiya funksiyasının tərifinə əsasən $U_1(x,t)$-nin korelyasiya funksiyası hesablanır:

$$K_{U_1}(x_1,x_2;t) = E\{U_1^0(x_1;t)U^0(x_2;t)\} = \frac{1}{4}\{[\xi_1^0(x_1+at) + \xi_1^0(x_1-at)][\xi_1^0(x_2+at) + \xi_1^0(x_2-at)]\}$$

burada $\xi_1^0 - \xi$-ə uyğun mərkəzləşmiş təsadüfi funksiyadır.

$\xi_1(x)$-in stasionarlığına əsasən alırıq:

$$K_{U_1}(x_1,x_2;t)=\frac{1}{2}K_{\xi_1}(x_2-x_1)+\frac{1}{4}[K_{\xi_1}(x_2-x_1-2at)+K_{\xi_1}(x_2-x_1+2at)] \qquad (1)$$

(1)düsturundan , xüsusi halda, $x_2=x_1=x$ olduqda və nəzərə aldıqda ki, stasionar təsadüfi funksiyanın korelyasiya funksiyası cüt funksiyadır, $U_1(x,t)$- nin dispersiyasını aşağıdakı düsturla hesablaya bilərik:

$$D[U_1(x;t)=\frac{1}{2}D[\xi_1(x)]+\frac{1}{2}K_{\xi_1}(2at).$$

Məlumdur ki, əgər $\eta(x)$ təsadüfi funksiyası $\xi(x)$-dən xətti L operatoru vasitəsilə alınırsa,onda

$$K_\eta(x_1,x_2)=L_{x_1}L_{x_2}K_\xi(x_1,x_2) \qquad (2)$$

(2) düsturuna əsasən $U_2(x,t)$-nin korelyasiya funksiyasını tapırıq:

$$K_{U_2}(x_1,x_2;t)=\frac{1}{4a^2}\int_{x_1-at}^{x_1+at}\int_{x_2-at}^{x_2+at}K_\xi(y''-y')dy'dy'' \qquad (3)$$

$U_1(x,t)$ və $U_2(x,t)$ təsadüfi funksiyalarının qarşılıqlı korelyasiya funksiyası üçün isə aşağıdakı düstur alınır:

$$R_{U_1U_2}(x_1,x_2;t)=\int_{x_2-at}^{x_2+at}[R_{\xi_1\xi_2}(y-x_1-at)+R_{\xi_1\xi_2}(y-x_1+at)]dy \qquad (4)$$

(1),(3) və (4)-ü

$K_U(x_1,x_2;t)=K_{U_1}(x_1,x_2;t)+K_{U_2}(x_1,x_2;t)+2R_{U_1U_2}(x_1,x_2;t)$ düsturunda nəzərə almaqla,U(x,t)-nin korelyasiya funksiyası üçün işçi düstur tapmış oluruq.

Qasımov Rəşid,
baş müəllim
resid5757@mail.ru
Lənkəran Dövlət Universiteti

Parabolik tənlik üçün üçüncü növ sərhəd şərtli oprimal idarəetmə məsələsi

Bu iş xətti parabolik tənlik üçünüçüncü növ sərhəd şərtliidarəetmə məsələsinin optimallaşdırma qoyuluşuna baxılmışdır. Məsələnin qoyuluşunun korrektliyi araşdırılmış, məqsəd funksionalının diferensiallanan olması isbat olunmuş, optimallıq üçün zəruri şərt alınmışdır.

Tutaq ki, idarə olunan proses Q_T-də aşağıdakı başlanğıc-sərhəd şərtli xətti parabolik tənliklə verilmişdir:

$$u_t-(k(x,t)u_x)_x+q(x,t)u=f(x,t),\ (x,t)\in Q_T, \qquad (1)$$

$$u(x,t)|_{t=0}=\varphi(x),\ 0\le x\le \ell, \qquad (2)$$

$$-k(x,t)u_x+p_0(t)u|_{x=0}=g_0(t),\ -k(x,t)u_x+p_0(t)u|_{x=\ell}=g_1(t),\ 0<t\le T. \qquad (3)$$

Burada $f(x,t)\in L_2(Q_T)$, $\varphi(x)\in W_2^1(0,\ell), g_0(t), g_1(t)\in W_2^1(0,\ell)$-verilən funksiyalar, $k(x,t)$, $q(x,t)$, $p_0(t)$, $p_1(t)$-idarəedici funksiyalar, $\upsilon=(k(x,t), q(x,t), p_0(t), p_1(t))$-idarəetmə, -$u=u(x,t)=u(x,t,\upsilon)$ funksiyası isə (1)-(3) idarəetmə məsələsinin υ idarəetməsinə uyğun həllidir.

Mümkün idarəetmələr çoxluğunu daxil edək:

$K = \{k(x,t) \in W_\infty^1(Q_T): 0 < \nu \le k(x,t) \le \mu, |k_x(x,t)| \le d_1, |k_t(x,t)| \le d_2$ *sanki* Q_T*-nin hər yerində* $\}$

$Q = \{q(x,t) \in L_\infty(Q_T): 0 \le q_0 \le q(x,t) \le q_1$ *sanki* Q_T *-nin hər yerində* $\}$

$P_i = \{p_i(t) \in W_\infty^1(0,T): 0 \le p_0^{(i)} \le p_i(t) \le p_1^{(i)} \; (i = 0,1)$ *sanki* $(0,T)$*-nin hər yerində* ,$\}$ (4)

Burada $\mu \ge \nu > 0$, $q_1 \ge q_0 \ge 0$, $p_1^{(i)} \ge p_0^i \ge 0$, $d_1, d_2, p_2^{(i)} > 0 \; (i = 0,1)$ verilmiş ədədlərdir.

Aşağıdakı optimal idarəetmə məsələsinə baxaq: tutaq ki, υ idarəetməsinə uyğun həlli $u = u(x,t) = u(x,t;\upsilon)$ olan (1)-(3) başlanğıc-sərhəd məsələsinin şərtləri ödənildikdə

$$J(\upsilon) = \int_0^T \left[\alpha_0 |u(0,t;\upsilon) - z_0(t)|^2 + \alpha_1 |u(\ell,t;\upsilon) - z_1(t)|^2\right] dt + \alpha_2 \int_0^\ell |u(x,T;\upsilon) - z_2(x)|^2 dx \qquad (5)$$

funksionalını minimumlaşdırmaq tələb olunur. Burada $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2 \ge 0$, $\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 > 0$ verilmiş ədədlər, $z_0(t)$, $z_1(t) \in W_2^1(0,T), z_2(x) \in W_2^1(0,\ell)$ verilmiş funksiyalardır.

Göstərilir ki, (1)-(3) sərhəd məsələsinin $V_2^{1,0}(Q_T)$-də yeganə ümumiləşmiş həlli vardır, bu həll sanki bütün $(x,t) \in Q_T$ üçün $W_2^{2,1}(Q_T)$ fəzasında (1) tənliyini ödəyir və onun aprior qiymətləndirməsi aparılmışdır.

$E = W_r^{1,1}(Q_T) \times L_2(Q_T) \times W_2^1(0,T) \times W_2^1(0,T)$ fəzasını daxil edək, burada $r > 2$ hər hansı ədəddir.

Teorem 1. Tutaq ki, (1)-(5) məsələsinin qoyuluşundakı şərtlər ödənilir. Onda bu məsələsi üçün heç olmazsa bir $\upsilon_* = (k_*(x,t), q_*(x,t), p_{0*}(t), p_{1*}(t)) \in V$ optimal idarəetməsi var. $V_* = \{\upsilon_* \in V : J(\upsilon_*) = \inf\{J(\upsilon): \upsilon \in V\}\} \ne \varnothing$. V_* optimal idarəetmələr çoxluğu E-dəzəif kompaktdır və $J(\upsilon)$ funksionalını minimumlaşdıran istənilən $\{\upsilon^{(m)}\} = \{(k^{(m)}(x,t), q^{(m)}(x,t), p_0^{(m)}(t), p_1^{(m)}(t))\} \subset V$ ardıcıllığı E fəzasında V_* çoxluğuna zəif yığılır.

Teorem 2. Tutaq ki, teorem 1-in şərtləri ödənilir. Onda (4) funksionalı V çoxluğunda Freşe mənada kəsilməz diferensiallanandır və onun diferensialı $\upsilon \in V$ nöqtəsində $\Delta\upsilon = (\Delta x, \Delta q, \Delta p_0, \Delta p_1) \in B$ ($\upsilon + \Delta\upsilon \in V$) artımı ilə

$$\langle J'(\upsilon), \Delta\upsilon \rangle_B = \iint_{Q_T} (u_x \psi_x \Delta x + u\psi\Delta q) dxdt + \int_0^T u(0,t;\upsilon)\psi(0,t;\upsilon)\Delta p_0(t) dt +$$

$$+ \int_0^T u(\ell,t,\upsilon)\psi(\ell,t,\upsilon)\Delta p_1(t) dt$$ ifadəsi ilə təyin olunur.

Teorem 3. Tutaq ki, teorem 1-in şərtləri ödənilir. Onda (1)-(5) məsələsində $\upsilon_* = (k_*(x,t), q_*(x,t), p_{0*}(t), p_{1*}(t)) \in V$ idarəetməsinin optimallığı üçün zəruri şərt

$$\iint_{Q_T} \{u_{*x}\psi_{*x}[k(x,t) - k_*(x,t)] + u_*\psi_*[q(x,t) - q_*(x,t)]\} dxdt +$$

$$+ \int_0^T \{u_*(0,t)\psi_*(0,t)[p_0(t) - p_{0*}(t)] + u_*(\ell,t)\psi_*(\ell,t)[p_1(t) - p_{1*}(t)]\} dt \ge 0$$

bərabərsizliyinin istənilən $\upsilon = (k(x,t)\, q(x,t), p_0(t), p_1(t)) \in V$ üçün ödənilməsidir.

Quliyev Allahşükür,
dissertant
Lənkəran Dövlət Universiteti
quliyev_allahsukur@mail.ru

Faktorizasiya üsulu ilə iki ölçülü Laplas tənliyinin fundamental həllindən $\frac{4}{3}$ tərtibli tənliyin fundamental həllinin alınması

İşdə iki ölçülü Laplas tənliyinin operatoru,tərtibləri $\frac{4}{3}$ və $\frac{2}{3}$ olan operatorlara faktorizə olunmaqla Laplasın fundamental həllindən $\frac{4}{3}$ tərtibli tənliyin fundamental həlli alınmışdır. Faktorizasiya zamanı vuruqların yerini dəyişməklə Laplasın fundamental həllindən $\frac{2}{3}$ tərtibli xüsusi törəməli tənlik üçün də fundamental həllin qurulması mümkün idi.

Məlumdur ki, həllini bildiyimiz adi və ya xüsusi törəməli diferensial tənliyi diferensiallamaqla göstərmək olar ki, tərtibi aşağı olan diferensial tənliyin həlli, tərtibi yuxarı olan tənliyi də ödəyir. Ancaq biz burada tərs əməl ilə məşğul olacağıq. Başqa sözlə desək, yüksək tərtibli diferensial tənliyin fundamental həllinin köməyilə aşağı tərtibli diferensial tənliyin fundamental həllini alacağıq. Demək olar ki, bu yolla iki ölçülü, ikinci tərtib elleptik tip olan Laplas tənliyinin fundamental həllindən birinci tərtib elliptik tip olan Koşi-Riman tənliyinin fundamental həllini almaq olar. Lakin biz burada iki ölçülü Laplas tənliyinin fundamental həllindən, kəsr tərtibli $\frac{2}{3}$ və ya $\frac{4}{3}$ tərtibli xüsusi törəməli tənliyin fundamental həllini alacağıq. Bu enmə üsulunu, yüksək tərtibli diferensial tənliyin həllindən aşağı tərtibli diferensial tənliyin həllinin alınması üsulunu "faktorizasiya üsulu" adlandıracağıq.

Yuxarıda söylədiyimiz kimi, iki ölçülü ikinci tərtib elliptik tip olan Laplas tənliyinə baxaq.

$$\frac{\partial^2 U(x)}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U(x)}{\partial x_1^2} = 0, \tag{1}$$

burada $x = (x_1, x_2)$. Məlumdur ki, (1) tənliyinin fundamental həlli

$$U(x) = \frac{1}{2\pi} \cdot \ln|x|, \qquad |x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}, \tag{2}$$

fünksiyasıdır. Belə ki,

$$\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_1^2} \equiv (D_2^2 + D_1^2)U(x) = \delta(x) = \delta(x_1)\delta(x_2), \tag{3}$$

burada $\delta(x_k)$, $k = 1,2$. Dirakın "delta" fünksiyasıdır. Laplas operatorunu aşağıdakı şəkildə faktorizasiya edək.

$$\begin{aligned} D_2^2 + D_1^2 &= (D_2^{\frac{2}{3}} + \alpha D_1^{\frac{2}{3}})(D_2^{\frac{4}{3}} + \beta D_1^{\frac{2}{3}} D_2^{\frac{2}{3}} + \gamma D_1^{\frac{4}{3}}) = \\ &= D_2^2 + \beta D_1^{\frac{2}{3}} D_2^{\frac{4}{3}} + \gamma D_1^{\frac{4}{3}} D_2^{\frac{2}{3}} + \alpha D_1^{\frac{2}{3}} D_2^{\frac{4}{3}} + \alpha\beta D_1^{\frac{4}{3}} D_2^{\frac{2}{3}} + \alpha\gamma D_1^2. \end{aligned} \tag{4}$$

Alınan ifadəni başladığımız ifadə ilə tutuşdursaq alarıq:

$$\begin{cases} \beta+\alpha=0, \\ \gamma+\alpha\beta=0, \\ \alpha\gamma=1, \end{cases} \tag{5}$$

Buradan da,

$$\alpha=1,\ \beta=-1,\quad \gamma=1 \tag{6}$$

olduğunu almış oluruq.

Onda yuxarıda apardığımız faktorizasiya aşağıdakı şəklə düşər.

$$D_2^2+D_1^2=(D_2^{\frac{2}{3}}+D_1^{\frac{2}{3}})(D_2^{\frac{4}{3}}-D_1^{\frac{2}{3}}D_2^{\frac{2}{3}}+D_1^{\frac{4}{3}}), \tag{7}$$

və ya

$$D_2^2+D_1^2=(D_2^{\frac{4}{3}}-D_1^{\frac{2}{3}}D_2^{\frac{2}{3}}+D_1^{\frac{4}{3}})(D_2^{\frac{2}{3}}+D_1^{\frac{2}{3}}). \tag{8}$$

Beləliklə (3) və (8)-dən alarıq:

$$(D_2^{\frac{4}{3}}-D_1^{\frac{2}{3}}D_2^{\frac{2}{3}}+D_1^{\frac{4}{3}})(D_2^{\frac{2}{3}}+D_1^{\frac{2}{3}})U(x)=\delta(x). \tag{9}$$

Burada aşağıdakı şəkildə işarələmə aparsaq:

$$D_2^{\frac{2}{3}}U(x)+D_1^{\frac{2}{3}}U(x)=V(x), \tag{10}$$

onda (9)-dan alarıq:

$$D_2^{\frac{4}{3}}V(x)-D_1^{\frac{2}{3}}D_2^{\frac{2}{3}}V(x)+D_1^{\frac{4}{3}}V(x)=\delta(x). \tag{11}$$

Yəni $V(x)$ fünksiyası (11) tənliyinin fundamental həllidir. Bu fundamental həllin alınması üçün (2) və (10)-dan istifadə edək:

$$V(x)=D_2^{\frac{2}{3}}U(x)+D_1^{\frac{2}{3}}U(x)=\frac{1}{2\pi}D_2^{\frac{2}{3}}\ln|x|+\frac{1}{2\pi}D_1^{\frac{2}{3}}\ln|x|=\frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial x_2}\int_0^{x_2}\frac{(x_2-t)^{-\frac{2}{3}}}{(-\frac{2}{3})!}\ln\sqrt{x_1^2+t^2}\,dt+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial x_1}\int_0^{x_1}\frac{(x_1-\tau)^{-\frac{2}{3}}}{(-\frac{2}{3})!}\ln\sqrt{x_2^2+\tau^2}\,d\tau. \tag{12}$$

Müxtəlif üsullar tətbiq etməklə (12) ifadəsini hesablasaq aşağıdakı hökmü alarıq.

Teorem: Törəməsinin tərtibi $\frac{4}{3}$ olan, bircinsli (bütün hədlərdə törəmələrin tərtibi eynidir)sabit əmsallı xüsusi törəməli (11) tənliyinin fundamental həlli

$$V(x)=\frac{1}{2\pi(-\frac{2}{3})!}\Bigg\{x_2^{-\frac{2}{3}}\ln x_1-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt[3]{(x_2+ix_1)^2}}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{(\sqrt[3]{x_2+ix_1}-\sqrt[3]{x_2})^3}{ix_1}-\sqrt{3}\left(arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_2}+\sqrt[3]{x_2+ix_1}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_2+ix_1}}-\frac{\pi}{6}\right)\right]-$$

$$-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt[3]{(x_2-ix_1)^2}}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{(\sqrt[3]{x_2-ix_1}-\sqrt[3]{x_2})^3}{-ix_1}-\sqrt{3}\left(arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_2}+\sqrt[3]{x_2-ix_1}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_2-ix_1}}-\frac{\pi}{6}\right)\right]+$$

$$+x_1^{-\frac{2}{3}}\ln x_2-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt[3]{(x_1+ix_2)^2}}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{(\sqrt[3]{x_1+ix_2}-\sqrt[3]{x_1})^3}{ix_2}-\right.$$

$$\left.-\sqrt{3}\left(arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_1}+\sqrt[3]{x_1+ix_2}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_1+ix_2}}-\frac{\pi}{6}\right)\right]-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt[3]{(x_1-ix_2)^2}}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{(\sqrt[3]{x_1-ix_2}-\sqrt[3]{x_2})^3}{-ix_2}-\right.$$

$$\left.\left.-\sqrt{3}\left(arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_1}+\sqrt[3]{x_1-ix_2}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_1-ix_2}}-\frac{\pi}{6}\right)\right]\right\} \tag{13}$$

şəklindədir.

Quluyev Tural,
magistrant
AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu
turalguluyev92@gmail.com

Sərhəddə spektral parametr daxil olan ikinci tərtib diferensial tənlik üçün bir sərhəd məsələsinin məxsusi ədədlərinin bəzi xassələri

Diferensial tənliyin özünə və sərhəd şərtlərinin hər ikisinə eyni spektral parametr daxil olan aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxaq:

$$u''(x) + q(x)\,u(x) = \lambda\,u(x) \tag{1}$$

$$\beta_{11}u(a) + \beta_{12}u'(a) = \lambda\,[\alpha_{11}(a) - \alpha_{12}u'(a)] \tag{2}$$

$$\beta_{21}u(b) + \beta_{22}u'(b) = \lambda\,[\alpha_{21}(b) - \alpha_{22}u'(b)] \tag{3}$$

Burada $a \le x \le b, [a, b] \subset R^1, \lambda -$spektral parametrdir. $q(x)$ potensial funksiyası həqiqi qiymətli kəsilməz funksiyadır. $\alpha_{ik}, \beta_{ik}(i, k = 1{,}2) -$ həqiqi ədədlərdir və aşağıdakı şərtləri ödəyirlər.

$$\alpha_{i2}\beta_{i1} - \alpha_{i1}\beta_{i2} > 0\,, \qquad i = 1{,}2 \tag{4}$$

Təqdim olunmuş bu işdə (1)-(3) sərhəd məsələsinin məxsusi ədədlərinin və məxsusi funksiyalarının bəzi xassələri öyrənilmişdir.

Aşağıdakı teoremlər isbat edilmişdir:

Teorem 1. (1)-(3) sərhəd məsələsinin məxsusi ədədləri həqiqidir, məxsusi ədədləri çoxluğu ən çoxu hesabi saydadır, sonlu limit nöqtəsi yoxdur və bütün məxsusi ədədlər sadədirlər.

Teorem 2. Tutaq ki, $u(x)$ funksiyası

$$u'' + q(x)u = 0 \tag{5}$$

tənliyinin

$$u(a) = \beta_{12}\,, u'(a) = \lambda'\alpha_{11} + \beta_{11}$$

başlanğıc şərtlərini ödəyən həlli, $v(x)$ isə

$$v'' + h(x)u = 0 \tag{6}$$

tənliyinin

$$v(a) = \beta_{12}\,, v'(a) = \lambda''\alpha_{11} + \beta_{11}$$

başlanğıc şərtlərini ödəyən həllidir.

Əgər istənilən $x \in [a, b]$ üçün $q(x) < h(x)$ və $\lambda' \le \lambda''$ şərtləri ödənirsə və $a \le x \le b$ intervalında $u(x)$ funksiyasının m sayda sıfrı varsa, onda $v(x)$ funksiyasının da həmin intervalda ən azı m sıfrı vardır və onun $k - cı$ sıfrı $u(x)$ funksiyasının $k - cı$ sıfrından kiçikdir.

Rasulov Mahir,
doctor of technical of sciences
Baku State University
mresulov@gmail.com

Finite difference method for the film equation in a class of discontinuous functions

In this study, we will developa finite differences method for an initial-boundary value problem of a fourth order degenerate diffusion equation which describes the thin filmflow, as follows

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \varphi(v)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(f(v)\frac{\partial^3 v}{\partial x^3}\right) = 0, \tag{1}$$

$$v(x, 0) = v_0(x), \tag{2}$$

$$\frac{\partial^k v(\pm\ell,t)}{\partial x^k} = 0, \quad (k = 0,1). \tag{3}$$

Here the function $f(v)$ is called as the mobility coefficient and is typically given by $f(v) = v^3$ or $f(v) = v^3 + \alpha v^r$, $r \in [1,2]$ depending on the type ofboundary conditions imposed on the fluid velocity at the contact with the solid support and $\int_{-\ell}^{\ell} v_0(x)dx = M$. Suppose that the function $v_0(x)$ has a finite support in interval$[\ell,-\ell]$, and$M > 0$ be a known constant. Here, the function $v_0(x)$ describes the finite mass, therefore, $v_0(x) \geq 0$ and the boundary conditions (3) show that the fluid is permitted to drain over the edges$x = \pm\ell$. The case $\varphi(v) = 0$ and $f(v) = v^3$ is known to be critical since the motion of the contact line in that case would lead to infinite energy dissipation [O'Brein, S.B.G., Schwartz, L.W., Theory and modeling of thin film flows, Encyclopedia of Surface and Colloid Science], [Bernis F., Friedman A., Higher order nonlinear degenerate parabolic equations], and $v(x,t)$ denotes the film thickness.

Since the equation (1) is nonlinear, finding the exact solution is impossible. Therefore, majority of having in literature papers have been investigated only asymptotic behavior of solution, [Bernis F., Friedman, A., Higher order nonlinear degenerate parabolic equations], [Bowen, M., King, J.R., Asymptotic behavior of the thin film equation in bounded domains].

An analysis of the solution obtained in [3], [4] shows that$v(x,t)$, $\frac{\partial v(x,t)}{\partial x}$,$v(x,t)\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}$, $v(x,t)\frac{\partial v(x,t)}{\partial x}$ are continuous, but$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}and\frac{\partial^3 v(x,t)}{\partial x^3}$do not exist for $x \to \ell_-$ that are accurately agreed with physical future. On the basis of these estimates we can say that problem (1)-(3) does not have a classical solution.

In order to obtain a weak solution of the main problem (1)-(3), according to [Rasulov, M.A., On a method of solving the Cauchy problem for a first order nonlinear equation of hyperbolic type with a smooth initial condition], a special auxiliary problem

$$\frac{1}{3!}\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4}\right)^2 - \frac{3}{2}\int_{-\ell}^{x}(x-\eta)\left(\frac{\partial^5 u(\eta,t)}{\partial \eta^5}\right)^2 d\eta, \tag{4}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \tag{5}$$

$$\frac{\partial^5 u(\pm\ell,t)}{\partial x^5} = 0, \tag{6}$$

whichhas some advantages over the main problem is introduced and using its solution, a new method for finding the weak solution of the main problem is suggested.

The following theorem is proved.

Theorem1 If $u(x,t)$ is smooth solution of the auxiliary problem (4)-(6), then

$$\frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} = v(x,t)$$

is a weak solution of the main problem (1)-(3) in the integral sense.

Because that of the solution of auxiliary problem is higher smoothness than of the solution of main problem, that, as is easily seen that the auxiliary problem permit us construct anefficiency difference schema with higher order.

Thus, the numerical solution of the main problem can be calculated by using the solution of the auxiliary problem obtained before, which expresses all of the physical properties accurately. In the study also some computer experiments are carried out.

Şahqubadbəyli Ənvər,
baş müəllim
Həbibova Arəstə,
müəllim
Lənkəran Dövlət Universiteti
anvar@mail.az
arasta.h@mail.ru

Diferensial tənliklərin aşkar həllərinin kompüter yönlü qrafik metodlarla tədqiqinin və tədrisinin bəzi xüsusiyyətləri

Bu gün Azərbaycanda yüksək texnologiyalı milli iqtisadiyyatın və informasiya cəmiyyətinin yaradılması ölkənin dövlət siyasətinin prioritet istiqamətlərindəndir. Belə vəziyyətdə informasiya və kommunikasiya texnologiyaları inkişafın ən önəmli amilinə çevrilir və bu sahə dövlətin siyasi, iqtisadi və sosial fəaliyyətinə aktiv təsir edərək, iqtisadiyyatın və ictimai münasibətlərin qloballaşmasını təmin edir.

Məlumdur ki, riyaziyyat yönlü bir çox elm sahələri kifayət qədər ağır və vaxt aparan hesablama proseslərinin yerinə yetirilməsi ilə müşaiyyət olunur. Müasir kompüter sistemləribu tipliproseslərin avtomatlaşdırılması və qoyulan məsələlərin həlli üçün çox əlverişli vasitələrdir.Belə proqram vasitələrindən istifadə edən tədqiqatçı hesablama əməliyyatlarına demək olar ki, vaxt sərf etmir, əvəzində məsələnin daha mükəmməl həll modelinin qurulması, kompüter riyaziyyatının qrafik imkanlarından istifadə etməklə nəticələrin əyaniliyinin artırılması və aşkar həllərin daha səmərəli analizi üçün əlavə imkanlar qazanır.

Hazırda ali məktəblərdə diferensial tənliklərin tədrisizamanı onların daha çox analitik metodlarla həlli üsullarınaüstünlük verilir. Ədədi üsullar ayrıca fənn kimi tədris olunsa da, orada diferensial tənliklərin tədrisinə bir neçə mühazirə və məşqələ saatı ayrılır ki, bu da tələbələrədiferensial tənliklərinmahiyyətini aydın təsəvvür etmək üçün kifayət etmir. Bu baxımdan diferensial tənliklərin kompüter qrafikasının imkanlarından istifadə etməklə öyrədilməsi öyrənənlərin mənimsəmə səviyyəsinin yüksəlməsinə və onlarda diferensial tənliklərin tətbiq sahələri haqqında daha aydın təsəvvürlərin yaranmasına kömək edir.

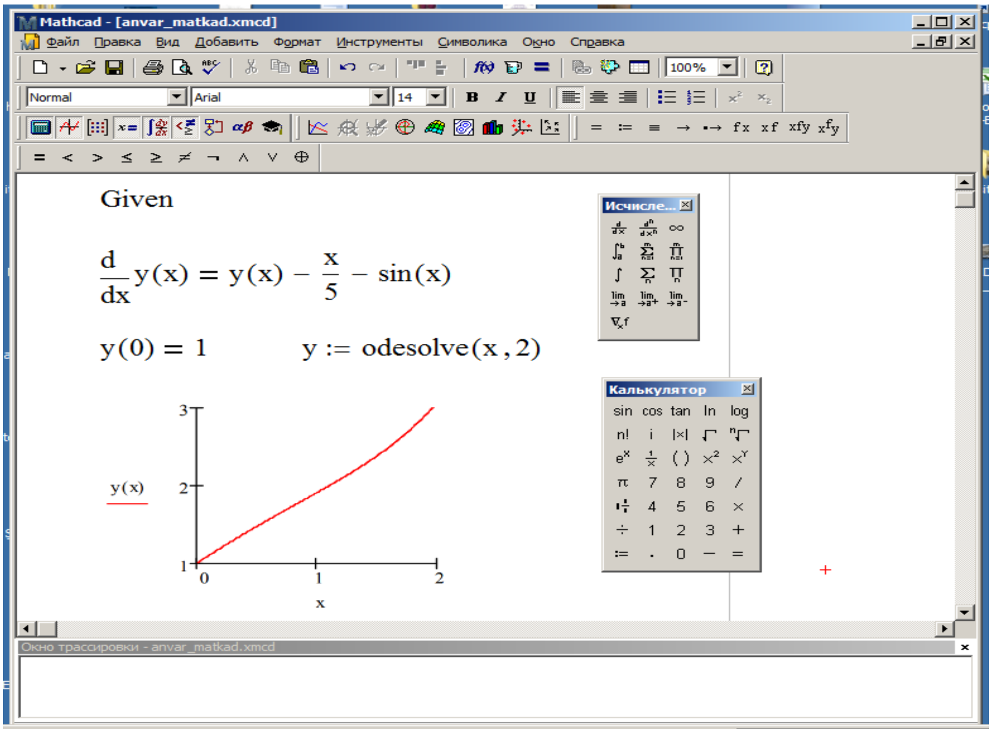
Qeyd edək ki, bu gün dünyanın qabaqcıl ali məktəblərində riyaziyyat yönlüfənlərin tədrisində və tədqiqindəkompüter yönlü qrafik metodların tətbiqinə geniş yer verilsə də, Azərbaycan ali məktəblərində bu metodlardan istifadənin vəziyyəti ürəkaçan deyil. Belə vəziyyətin yaranmasına başlıca səbəb kimiqrafik metodların tətbiqinə geniş imkanlar açan Yeni İnformasiya Sistemlərinin milliləşdirilmiş, yəni azərbaycan dilinə tərcümə olunmuş versiyalarının olmaması, bu sistemlərin müvafiq istehsalçı şirkətlərin lisenziyaları əsasında, yəni ödənişli şərtlərlə yayılması,həmin sistemlərin istifadəsi və tətbiqi üçün azərbaycan dilində təlimati sənədlərin və vəsaitlərin azlığını göstərmək olar. Bunlardan əlavə, yaşlı nəsil mütəxəssislərin yeni informasiya texnologiyalarının imkanlarından istifadəyə meylli olmaması və eləcə də, orta məktəblərimizdə informatika və xarici dil (xüsusilə də ingilis dili) fənnlərinin lazımi səviyyədə tədris olunmaması da bu prosesin ləngiməsinə səbəb olan amillərdəndir. Buna baxmayaraq, bu gün informasiya texnologiyalarının tədrisə geniş tətbiqi şəraitində diferensial tənliklərin öyrədilməsi zamanı kompüter yönlü qrafik metodlardan istifadə imkanları da genişlənməkdədir. Belə ki, müasir kompüter riyaziyyatının vasitələrindən(MathCad, MATLAB, Mathematica, Maple və s.) istifadə etməklə, nəinki riyaziyyatçı mütəxəssislər, hətta bu sahə ilə nisbətən az bağlılığı olan iqtisadiyyat, ekologiya, inşaat, coğrafiya və s. kimi elm sahələri üzrəçalışan mütəxəssislər və ya öyrənənlər də kompüter yönlü qrafik metodlardan istifadə etməkləmüəyyən sinif inteqral əyrilərini qurmaq, onların müqayisəli tədqiqini aparmaq, mürəkkəb, böyük diqqət və dəqiqlik tələb edən diferensial tənlikləri həll etmək, çoxparametrli proseslərin gedişini və ya hadisələri həm statik, həm də dinamik dəyişən formada (animasiya şəklində) addım-addım izləmək, görmək və qavramaq imkanları əldə edirlər.

Beləliklə, diferensial tənliklər kursunun tədrisində kompüter yönlü qrafik metodlardan istifadə fənnin öyrətmə metodlarının daha da zənginləşməsinə və müasirləşməsinə səbəb olmaqla yanaşı aşağıdakıları özündə ehtiva edir:

- Öyrənilən proseslərin və hadisələrin modelləşdirilməsi imkanlarının daha da artması;
- Eksperimental-tədqiqat fəaliyyətinin daha mütəşəkkil və mükəmməl təşkili;
- Hesablama və axtarış əməliyyatlarına sərf edilən vaxtındaha çox tədqiqat işlərinə yönləndirilməsi;
- Kompüter qrafikasının imkanlarından istifadə etməklə, öyrənilən obyektlər, hadisə və proseslər haqqında əyaniliyin artırılması;
- Xüsusən tələbələrdə nəzəri və məntiqi fikir yürütmək qabiliyyətinin formalaşması;
- Tələbələrə informasiya texnologiyalarından istifadə bacarıqlanın aşılanması və onlarda informasiya mədəniyyətinin formalaşması;

Fikrimizcə, ali məktəblərin riyaziyyat və mühəndis yönlü ixtisaslarının tədris planlarında Yeni İnformasiya Sistemlərinin tədrisi üçün də saatlar ayrılmalı, tələbələrin sərbəst, yoxlama, kurs, diplom və s. işlərinin yerinə yetirilməsi zamanı bu proqram paketlərindən istifadəyə diqqət artırılmalıdır.

Biz ali məktəbdə riyaziyyat və informatika fənlərinin tədrisi, eləcə də mühəndis ixtisasları üzrə mütəxəssis hazırlığının ilkin mərhələsində (I və II tədris ilində) MatCAD paketinin öyrədilməsini və riyaziyyat yönlü ağır hesablamalar tələb edən fənlərin tədrisində onun imkanlarından geniş istifadəyə yer verilməsini mütləq hesab edirik. Yuxarı kurslara keçdikcə MATLAB, Mathematica, Maple və s. kimi daha mürəkkəb proqram paketlərinin də öyrədilməsi və tətbiqi məqsədəuyğun sayılır.



MatCad14 sistemində diferensial tənliklərin həlli üçün Given/Odesolve hesablama blokundan istifadə.

Nəticə etibarı ilə demək lazımdır ki, diferensial tənliklərin tədrisində kompüter riyaziyyatının, o cümlədən kompüter yönlü qrafik metodların rolu böyükdür. Lakin bu gün tədris prosesində bu metodlardan az istifadə edilməsi fənnin mənimsəmə faizinin də aşağı olmasına səbəb olan amillərdəndir.

Shamilova Bahar,
doctor of philosophy in mathematics
Aliyeva Firuza,
doctor of philosophy in mathematics
bahar322@mail.ru
f.aliyevainf@mail.ru
Baku State University

The role of interactive whiteboards in the education process

The creation of an information society and a competitive high-tech national economy has become the focus of public policy in a number of countries. To date, in these countries, the most important development factors are information and communication technologies (ICT). This area influences the political, economic and social activities of states and ensures the globalization of the economy and public relations. One of the most pressing problems is the question of how to integrate the education system in the information society, what technologies and how to use it to modernize education.

National strategy of development of information and communication technologies in Azerbaijan (2003-2012). Adopted in 2003, at present it is considered the most priority for Azerbaijan in the field of ICT application. At present, it is considered as highest priority implement the goals of this strategy, our country adopted the State Program on Informatization of the Education System in the Republic of Azerbaijan for 2008-2012, which was implemented and implemented within the framework of this project. "The State Program for the Development of Communication and Information Technologies in the Republic of Azerbaijan for 2005-2008 (Electronic Azerbaijan)" also provides for special events to promote ICT and raise awareness of ICT in improving the education system. One of them is the INTEL-AZERBAIJAN course organized by the Ministry of Education for Teachers with the support of MICROSOFT, one of the world's largest ICT companies. All this shows that serious steps have been taken to modernize education in Azerbaijan and introduce information technologies in education.

The use of multimedia technologies in the learning process is both an exciting learning process and effective learning outcomes. Due to this, teaching materials are easily mastered by students and pupils. The concept of multimedia includes moving images, text, sound and digital signals. Multimedia database combines information about text, image and video clips. Multimedia telecommunication service allows the user to send and receive any information. Multimedia technologies are an integral part of the effectiveness of professional work of modern educators. Thanks to this, the quality of the teachers' work has been improved.In order to install interactive whiteboards, you need a computer ActivDriver, VGA, USB and Interactive whiteboard. And also you need to have interactive software to use interactive whiteboards. At present, specialists working in all fields should work with ICT and be able to use them properly. Equipping the education system with ICT equipment, including computers, laptops, interactive whiteboards in the education system is a great success in our Republic. Using an interactive whiteboard in the learning process provides one of the basic principles of the lesson and its functionality. "Intellectual board" is the foundation of the 21st century education. Inclusion of this bill in the Azerbaijani education opens new opportunities for our education. Intelligent boards are interactive whiteboards designed to better understand the information displayed. With the help of an intelligent blackboard, the course process can be interesting, informative, colorful, morecomplete. Promethean boards encourage students to work, think, search, creativity, develop critical and creative thinking. All actions on this board can be performed interactively by touching the touch panel with a special pen or finger on the touch panel. The advertising board has many advantages. Using interactive software, interactive whiteboards can make learning more interesting. This includes MimioStudio, ActivInspire, ActivStudio, MimioPrimar. The Promethean board has many advantages: a) There is an original MimioPrimary mode where visually attracts the attention of primary school students, and also differs in its color from other modes. b) The process of conducting the lesson on this board can be saved in the computer's memory, and also you can use the notebook. Students who are not in the class can later watch the video. c) Teachers from different countries can become members of the Promethean Planet Internet community, thereby increasing their knowledge and skills. First of all, you need to register on the website www.prometheanplanet.ru. With the help of this site, teachers can communicate with teachers from many countries, share knowledge and skills and ultimately improve the quality of their work.

The difference between an interactive whiteboard and other boards is that it is a tool that is for both the student and the teacher. At the same time, it ensures the activities of both parties. This board has functions such as recording, storing resources, editing, deleting, distorting, moving from page to page, adding and editing text, creating notes pages and using the projector. These functions allow the teacher to conduct lessons in the classroom. These functions create conditions for teachers to demonstrate their creativity, help to activate students, allow them to get into the subject.With the help of these boards, teachers are able to create real conditions in the classroom, turning the lesson into an interactive learning environment. You can use the following methods: a) Demonstrate the lesson through presentations. The teacher can use video clips, video fragments, diagrams and schemes, animations and music presentations. b) Perform practical tasks aimed to solving the problems. You can perform a task solution, build diagrams. c) Conducting the laboratory works.

As we know, the possibility of implementing experiments is not only the achievement of innovations in this process, but also the generalization of knowledge, as well as the solution of experimental questions.Laboratory classes are conducted mainly in physics and chemistry. The teacher cannot always perform laboratory work. Interactive whiteboards help with this. In this case, you can refer to the help of Interactive Whiteboards. Laboratory experiments conducted with the help of computer technology, take a special place in the learning process. In the event that each student does not have a microscope and a micro preparation, a digital microscope can be used. With it, you can display an image on the screen with it. At the same time, it is possible to conduct interactive laboratory work. For this, you can use virtual labs. Interactive whiteboards allow students to independently test their knowledge. In this case, you can evaluate students' knowledge using games such as crosswords and puzzles. As a result, students' desire to learn will increase. You can also assess students' knowledge using pre-tested tests.

However, it cannot be said that the use of interactive whiteboards increases the motivation and desire of students to study. However, the student who was not decisive enough to answer the lesson using an interactive whiteboard, he can confidently and easily answers questions. The use of interactive whiteboards in the learning process increases the students' self-esteem. It should also be noted that the interactive whiteboard itself cannot improve the quality of the lessons. However, using the interactive whiteboard cannot eliminate the problems of the educational process, so the teacher does not need to use the interactive whiteboard, but with use of it, the lesson becomes more interesting and dynamic.

On the interactive boards there are 2 or 4 ActivPen handles. TheActivPen pen is the main toolfor teacher and replaces the computer mouse. Using the ActivPen knob, press the handle of the board slowly. Moving the knob on the board, the cursor will follow it.

Şıxlinskaya Reyhan,
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Məmmədova Qəmər,
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Bakı Dövlət Universiteti
Tətbiqi Riyaziyyat Elmi-Tədqiqat İnstitutu
reyhanshikhli@gmail.com
gamar.mamadova@gmail.com

Ağırlıqlı ortalama üsulunun qeyri-səlis idarəetmə məsələsinə tətbiqi

Təqdim edilmiş məqalədə ağırlıqlı ortalama-defazifikasiya üsulu (Weighted Average Based on levels) qeyri-səlis idarəetmə məsələsinə tətbiq edilir. Xüsusi halda qeyri-səlis otaq kondisionerinin iş prinsipinə baxılır. Məsələnin həlli üçün təklif olunmuş alqoritm əsasında proqram təminatı yaradılmış, vizual-interaktiv qrafiklər şəklində alınmış nəticələr əvvəlki nəticələrlə müqayisə olunmuşdur.

Tutaq ki, A çoxluğu LR şəkildə təyin edilmiş qeyri-səlis çoxluqdur:

$$A = \bigcup_{\xi \in [0,1]} \left(\xi, A^{\xi}\right),$$

burada $A^{\xi} = \left[L_A(\xi), R_A(\xi)\right] = \left\{t \in E \middle| L_A(\xi) \le t \le R_A(\xi)\right\}$, $A^1 \neq \varnothing$, L: $\left\{L \middle| L:[0,1] \to E\right\}$- soldan kəsilməz monoton azalmayan, R: $\left\{R \middle| R:[0,1] \to E\right\}$- sağdan kəsilməz monoton artmayan funksiyalar sinfidir.

A çoxluğunun səlis nümayəndəsi (defazifikasiya qiyməti) ağırlıqlı ortalama üsulu ilə aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$I_W(A) = c_L \int_0^1 L_A(\xi)\, p(\xi) d\xi + c_R \int_0^1 R_A(\xi)\, p(\xi) d\xi\,, \tag{1}$$

burada c_L və c_R uyğun olaraq sol və sağ tərəflərin yayılma dərəcəsidir: $c_L \ge 0,\ c_R \ge 0$, $c_L + c_R = 1$, $p(\xi)$ - səviyyələrin vaciblik funksiyasıdır və $P:[0,1] \to E_+ \equiv [0,+\infty]$ и $\int_0^1 p(\xi) d\xi = 1$ şərtlərini ödəyir.

Məsələnin qoyuluşu. Aydındır ki, kondisionerin işi otaqda optimal temperaturu saxlamaqdır. Tutaq ki, fırlanğıcın fırlanma sürətini dəyişməklə otaqda havanın temperaturunu dəyişmək mümkündür. Mərhələlər üzrə kondisionerin iş alqoritmini quraq. Əvvəl fazi qaydalardan ibarət biliklər bazası verək. Qeyd edək ki, bu, subyektiv proses olub, bilavasitə ekspertin istəyindən asılıdır.

1. Qaydalar bazasının təşkil edilməsi :

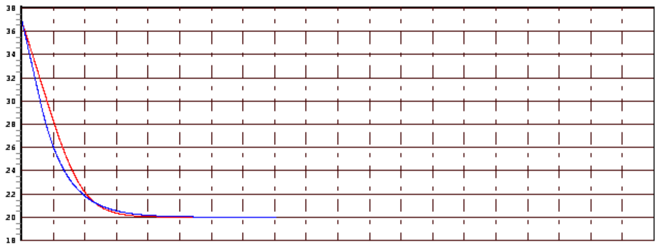
1) Otağın temperaturu **aşağıdırsa**, fırlanğıcın fırlanma sürəti **aşağıdır** ;
2) Otağın temperaturu **ortadırsa**, fırlanğıcın fırlanma sürəti **ortadır** ;
3) Otağın temperaturu **yüksəkdirsə**, fırlanğıcın fırlanma sürəti **yüksəkdir.**

Otağın temperaturundan asılı olaraq kondisionerin fırlanğıcının fırlanma sürətini idarə edən ekspert sistem qeyri-səlis məntiqi çıxarış qaydalarını aşağıdakı mərhələlər üzrə emal edir:

1. 1.Giriş və çıxış dəyişənlərinin fazifikasiyası.Yəni hər bir qayda üçün mənsubiyyət funksiyalarının qurulması;
2. Hər bir qayda üçün dəqiq giriş qiymətinin uyğun fazi giriş qiymətləri çoxluğuna daxil olmasının doğruluq dərəcələrinin hesablanması.
3. fazi çıxış qiymətləri çoxluqlarının doğruluq dərəcələri ilə modifikasiyası (məhdudlaşdırılması);

4. Bütün qaydalar üzrə modifikasiya olunmuş fazi çoxluqların superpozisiyası;
5. Superpozisiyanın nəticəsinin defazifikasiyası.

Sonuncu mərhələdə ağırlıq mərkəzi üsulu ağırlıqlı ortalama üsulu defazifikasiya ilə əvəz olunarsa, ekspert sistemin işində vacib dəyişikliklər müşahidə etmiş oluruq.



Şək. 1- göy rəngli qrafik $t_0 = 37, c_L = 0.3,\ k = 1000\,(p(\xi) = 1001\xi^{1000})$ olan halda ağırlıqlı ortalama üsulunu tətbiq etməklə otaqda temperaturun dəyişmə rejimini göstərir.

Nəticə. Ağırlıqlı ortalama üsulunu tətbiqi ekspertin istəklərini xarakterizə edən $c_L,\ c_R,\ p(\xi)$ göstəricilərinin köməyilə temperaturun dəyişməsinin müxtəlif rejimlərini almağa imkan verir. Həmçinin otaq üçün optimal temperaturu da sistem özü təyin edir.

Xəlilov Mübariz,
fizika riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Bakı Dövlət Universiteti
khalilov_mubariz@mail.ru

İşlənilmənin son mərhələsində olan qazkondensat layına qazvari agentlərlə təsir prosesinin modelləşdirilməsi

Qazkondensat yataqları əsasən layın öz enerjisi hesabına, yəni tükənmə rejimində istismar olunur. Lay təzyiqi qazkondensat sisteminin başlanğıc kondensasiya təzyiqindən aşağı düşdüyü andan qaz fazasından ayrılan kondensat layda və quyudibi zona ətrafında çökməyə başlayır və tərpənməz olur.

İşlənilmə zamanı retroqrad hadisələrin baş verməsinin qarşısının alınması üçün, yəni lay təzyiqini başlanğıc kondensasiya təzyiqi səviyyəsində saxlamaq üçün bir sıra üsullar mövcuddur:

-Saykling-proses, hissə-hissə Saykling, suvurma üsulu, "Quru" qaz və suyun birgə vurulması üsulu, aralıq maye karbohidrogenlərlə zənginləşdirilmiş "quru" qazla təsir üsulu və s.

Əgər layda retroqrad hadisələr baş veribsə layda çökmüş kondensatın işlənilməyə cəlb olunması üçün çoxsaylı ikinci təsir üsulları təklif edilmişdir:

-işlənilmənin son mərhələsində laya "quru" qazla və ya maye karbohidrogenlərlə zənginləşdirilmiş qazla təsir üsulu;

-qazkondensat quyularının quyudibi zonasının "quru" qaz və ya ona müəyyən nisbətdə qeyri-karbohidrogen qaz əlavə etməklə işlənilməsi üsulu və s.

Həmin üsullar bir-birindən səmərəlik baxımından müqayisə olunandırlar. Ona görə də işlənilmənin son mərhələsində olan qazkondensat layına qazvari agentlərlə təsir prosesinin nəticələri praktiki əhəmiyyətlidir və bu istiqamətdə tədqiqatların aparılması aktualdır.

Bu baxımdan nəzərinizə aşağıdakı məsələlərin həlli və onların əsasında təklif olunan texnoloji üsullar təqdim edilir: Işlənilmənin son mərhələsində olan qazkondensat layından retroqrad kondensatın "quru" qazın tərkibində müəyyən nisbətdə qeyri-karbohidrogen qazla (azot və karbon qazı) təsiretmədə çıxarılmasının effektivliyinin qiymətləndirilməsi məsələsinə baxılmışdır.

Baxılan məsələnin riyazi modeli

$$div\left[\left(\frac{kf_m(s_m)\rho_m}{\mu_m}x_i+\frac{kf_q(s_q)\rho_q}{\mu_q}y_i\right)gradp\right]=\frac{\partial}{\partial t}\left[m\left(\rho_m x_i s_m+\rho_q y_i s_q\right)\right]+$$

$$+\sum_{\nu=1}^{s}Q_i(t)\delta(x-x_\nu)\delta(y-y_\nu)\delta(z-z_\nu),i=\overline{1,N}\quad, \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{N}x_i=1\,,\ \sum_{i=1}^{N}y_i=1\,,\ s_m+s_q=1\,,\ s_m=\frac{(1-V)\rho_q M_m}{(1-V)\rho_q M_m+V\rho_m M_q},$$

$$\rho_m=\rho_m\left(p,T,z_1,z_2,...,z_N\right),\ \rho_q=\rho_q\left(p,T,z_1,z_2,...,z_N\right),$$

$$\mu_m=\mu_m\left(p,T,z_1,z_2,...,z_N\right),\ \mu_q=\mu_q\left(p,T,z_1,z_2,...,z_N\right), \tag{2}$$

$$p(x,y,z,t)\big|_{t=0}=p_0(x,y,z),\ \eta_i(x,y,z,t)\big|_{t=0}=\eta_{i0}(x,y,z), \tag{3}$$

$$\left.\frac{\partial p(x,y,z,t)}{\partial n}\right|_{\Omega}=0\quad, \tag{4}$$

sistemi ilə ifadə edilir. Burada $\eta_i=y_iV+x_iL$ - lay qarışığının tərkibi; V və $L=1-V$ - lay qarışığında uyğun olaraq qaz və maye fazalarının həcmi; Ω-süzülmə oblastının sərhəddi n-süzülmə oblastının sərhəddinə çəkilmiş normaldir.

Bu zaman qəbul olunur ki, a) hər bir komponent şəraitdən asılı olaraq müəyyən hissəsi həm maye, həm də qaz halında ola bilər; b) fazaların ayrılma sərhəddində hər bir komponentin adsorbsiyası nəzərə alınmır; c) maye - qaz fazalarının birgə suzulməsi zamanı onlar arasında komponentlərin paylanması ümumi şəkildə tarazlıq faza paylanmasına tabedir; d) Hər bir komponentin hər bir qaz-maye fazalarında hərəkəti ümumiləşmiş Darsi qanununa tabedir; e) fazalar arası kapilyar təzyiq, daxili diffuziya nəzərə alınmır.

(1)-(4) tənliklər sisteminin həlli zamanı qaz- maye qarışığının fiziki xassələrini xarakterizə edən parametrlər, yəni **maye (kondensat), qaz fazasının sıxlıqları** qaz və maye fazalarından komponentlərin uçuculuqlarının bərabərliyinə görə termodinamik tarazlıq tənliklərindən və qazkondensat qarışığın balans tənliklərini ifadə edir.

(1)-(4) sistemi mürəkkəb qeyri-xətti tənlikləri özündə birləşdirir və onun həllinin təyini üçün "təzyiqə görə qeyri-aşkar, tərkibə görə isə aşkar" hesablama sxemindən istifadə edilmişdir.

Baxılan məsələnin praktiki realizasiyası işlənilmənin son mərhələsində olan Bulla-dəniz qazkondensat yatağının V blokunun VII horizontunun timsalında aparılmış və işlənilmənin texnoloji göstəriciləri proqnozlaşdırılmışdır (**horizotla bağlı bütün məlumatlar gətirilmişdir**).

Maye karbohidrogenlərin (kondensatın) çıxarılma göstəricilərinin intensifikasiyası üçün laya tərkibində müəyyən nisbətdə azot (30%) və karbon qazı (22%) olmaqla quru qazla təsir prosesi aparılmışdır.

Bu məqsədlə yenə də horizontda artıq istismarı dayanmış 20, 44, 74 saylı quyuları vurucu quyular kimi seçilmiş və həmin quyuların təsir sferasına daxil olan işləyən 39, 46, 73 saylı quyulardan hasil oluna bilən məhsulun nəticələrinin qiymətləndirilməsi aparılmışdır.

Laya quru qazın tərkibində verilən nisbətdə azot və karbon qazı vurmaqla iki hal nəzərdən keçirilmişdir:

-lay təzyiqinin $12\,MPa$ -dan $16\,MPa$ -a qaldırılması. Bu halda laya vurulan qazın həcminin laydan hasil olunan fluidin həcmindən 2:1 nisbətində olması təmin edilmişdir.

-lay təzyiqi $16\,MPa$ olduqdan sonra qazkondensat sisteminin sıxışdırılması təzyiqin sabit qalması halında davam etdirilmişdir. Bu halda laya vurulan su-qaz qarışığının həcmi miqdarı ilə laydan hasil olunan fluidlərin həcmi miqdarının bərabər olması qəbul edilmişdir.

Qeyd olunan iki hal üzrə laya vurulan qazın miqdarı $21.3 \cdot 10^8 м^3$(onun 22%-ni azot və ya 30%-ni karbon qazı təşkil etmişdir) olmuşdur.

Lay təzyiqinin $12\,MPa$ -dan $16\,MPa$ -a artması müddətində (I hal) layda çökmüş retroqrad kondensat laya vurulan qaz qarışığı ilə hasilat quyularına sıxışdırılır və eyni zamanda onda buxarlanır. Bununla əlaqədar olaraq layda kondensatladoymanın qiyməti orta hesabla 0.32 -dən 0.193 -ə qədər azalır.

Nəticələr

-"quru" qazın tərkibində qeyri-karbohidrogen qazlarla (azot və ya karbon qazının) tükənməkdə olan qazkondensat layına təsir üsulu işlənilmənin tükənmə rejimi ilə müqayisədə kondensatvermə əmsalının kəskin artmasına gətirir.

-tükənmiş qazkondensat layına "quru" qazın tərkibində qeyri-karbohidrogen qazla (azot və ya karbon qazı ilə) təsirdə retroqrad kondensatın çıxarılmasının hesablama nəticələrinin bir-birinə yaxınlığı onlardan istənilən birinin iqtisadi göstəricilərlə əsaslanmaqla seçilməsini zəruri edir.

Yusifov Məmməd,
dosent, fizika-riyaziyyat elmləri namizədi
Qasımov Telman,
baş müəllim, fizika-riyaziyyat elmləri namizədi
Hüseynova Xanım,
baş müəllim, fizika-riyaziyyat elmləri namizədi
Bakı Dövlət Universiteti
qasımov.telman83@mail.ru

Klassik olmayan sərhəd şərtli simin rəqs tənliyi üçün minimal enerjili idarəetmə məsələsi

Tutaq ki, idarəolunan proses $Q = [0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le T]$ oblastında

$$z_{tt} = a^2 z_{xx} + f(x,t) + \psi(t)p(x), \tag{1}$$

tənliyinin

$$z(x,0) = \varphi(x),\ z_t(x,0) = h(x),\ 0 \le x \le 1 \tag{2}$$

başlanğıc şərtlərini və

$$z(0,t) = 0,\ z_x(1,t) = z_x(0,t),\ 0 \le t \le T \tag{3}$$

sərhəd şərtlərini ödəyən həlli kimi təsvir olunur $([1])$,burada $f(x,t) \in L_2(Q)$, $\psi(t) \in L_2[0,T]$, $\varphi(x) \in W_2^1(0,1)$, $\varphi(0) = 0$, $h(x) \in L_2(0,1)$ məlum funksiyalar, $p(x) \in L_2(0,1)$ idarəedici funksiyadır. İsbat etmək olar ki, qeyd olunan şərtlər daxilində (1)-(3) məsələsinin ümumiləşmiş həlli var və yeganədir.

Minimal enerji idarəetmə məsələsi aşağıdakı kimi qoyulur:

Elə $p(x) \in L_2(0,1)$ idarəedici tapın ki, bu idarəediciyə uyğun (1)-(3) məsələsinin $z(x,t) \in W_2^1(Q)$ həlli üçün

$$z(x,T) = b(x), \quad 0 \le x \le 1 \tag{4}$$

şərti ödənsin və

$$I(p) = \int_0^1 p^2(x)dx, \tag{5}$$

funksionalı minimum qiymət alsın. Burada $b(x) \in L_2(0,1)$ məlum funksiyadır.

Təqdim olunan tezisdə $p(x) \in L_2(0,1)$ idarəedicisinin analitik ifadəsi tapılır.

Yusubov İsmixan,
dosent, fizika-riyaziyyat elmləri namizədi
Bakı Dövlət Universiteti
iyusubov@gmail.com

Diofant tənliyinə gətirilən bəzi məsələlər və onların həlli haqqında

Tezisdə Diofant tənliyinə gətirilən üç məsələyə baxılır. Birinci məsələ bir tarazlıq məsələsidir: elə n və $k < n$ natural ədədlər cütü tapmaq lazımdır ki,

$$\sum_{i=1}^{k-1} i = \sum_{i=k+1}^{n} i \qquad (1)$$

şərti ödənsin. Bu məsələnin həlli iki dərəcəli

$$n(n+1) - 2k^2 = 0; n, k \in N \ (2)$$

Diofant tənliyinə gətirilir və bu tənliyin təcrübələrlə əldə olunan (a_j, b_j) , $j = \overline{0,\infty}$həllər cütünün komponentləri Fibonaççi tipli

$$\begin{cases} a_{j+2} = 6a_{j+1} - a_j + 2\,, \ a_0 = 0\,, a_1 = 1 \\ b_{j+2} = 6b_{j+1} - b_j\,, \ b_0 = 0\,, b_1 = 1 \end{cases} \qquad (3)$$

rekurent münasibətlərini ödəyir. Bu münasibətlərdən və həndəsi silsilə metodundan istifadə edərək $\{a_j\}_0^\infty$ və $\{b_j\}_0^\infty$ ardıcıllıqları üçün

$$\begin{cases} a_j = \frac{(3+2\sqrt{2})^j + (3-2\sqrt{2})^j - 2}{4} \\ b_j = \frac{(3+2\sqrt{2})^j - (3-2\sqrt{2})^j}{4\sqrt{2}} \end{cases} j = \overline{0,\infty} \qquad (4)$$

Bine düsturları alınır. Burada eyni zamanda bu ardıcıllıqların aşağıdakı münasibətləri ödədiyi də isbat olunmuşdur:

$$\begin{cases} (a_{j+1} - a_j)^2 - 2(b_{j+1} - b_j)^2 = -1 \\ (a_{j+1} - a_j)(a_j - a_{j-1}) - 2(b_{j+1} - b_j)(b_j - b_{j-1}) = -3 \\ (a_{j+1} - a_j)(a_{j-1} - a_{j-2}) - 2(b_{j+1} - b_j)(b_{j-1} - b_{j-2}) = -17 \end{cases} \qquad (5)$$

Bundan əlavə $\{a_j\}_0^\infty$ ardıcıllığının öz hədləri arasında aşağıdakı rekurent münasibətlərin ödəndiyi təsbit olunmuşdur:

$$\begin{cases} (a_{j+1} + a_j - 1)^2 = 8a_j a_{j+1} \\ a_j = 7a_{j-1} - 7a_{j-2} + a_{j-3} \end{cases} \qquad (6)$$

Baxılan İkinci məsələdə tarazlıqla bağlıdır:elə n və $k < n$ natural ədədlər cütü tapmaq tələb olunur ki,

$$\sum_{i=1}^{k} i = \sum_{i=k+1}^{n} i \qquad (7)$$

şərti ödənsin. Bu məsələnin həlli iki dərəcəli

$$n(n+1) - 2k(k+1) = 0; \ n, k \in N \qquad (8)$$

Diofant tənliyinə gətirilir və bu tənliyin də təcrübələrlə əldə olunan (a_j, b_j) , $j = \overline{0,\infty}$ həllər cütünün komponentləri yenə də Fibonaççi tipli

$$\begin{cases} a_{j+2} = 6a_{j+1} - a_j + 2\,, \ a_0 = 0\,, a_1 = 3 \\ b_{j+2} = 6b_{j+1} - b_j + 2\,, \ b_0 = 0\,, b_1 = 2 \end{cases} \qquad (9)$$

rekurent münasibətlərini ödəyir. Analoji olaraq bunlar üçün də (4)-ə uyğun

$$\begin{cases} a_j = \frac{(1+\sqrt{2})^{2j+1} + (1-\sqrt{2})^{2j+1} - 2}{4} \\ b_j = \frac{(1+\sqrt{2})^{2j+1} + (1-\sqrt{2})^{2j+1} - 2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} \end{cases} \quad j = \overline{0,\infty} \qquad (10)$$

Bine düsturları alınır və bunlar arasında(5)-in bənzəri olan invariantların saxlandığı göstərilir. Sadəcə bu halda$(-1,-3,-17)$üçlüsü$(1,3,17)$üçlüsüilə əvəz olunur.

Nəhayət baxılansonuncu məsələ fırlanma momenti ilə bağlı tarazlıq məsələsidir: el$n$ və $k < n$ natural ədədlər cütü tapmaq tələb olunur ki,

$$\sum_{i=1}^{k-1} i(k-i) = \sum_{i=k+1}^{n} i\,(i-k) \tag{11}$$

şərti ödənsin. Bu məsələnin həlli isə üçdərəcəli

$$(k-1)k(k+1) = (n-k)(n-k+1)(2n+k+1); n,k \in N \tag{12}$$

Diofant tənliyinə gətirilir ki, bunun da (a_j, b_j) , $j = \overline{1,\infty}$ həllər cütünün komponentləri

$$\begin{cases} a_{j+1} = 2a_j - a_{j-1}\,,\ a_0 = 1,\ a_1 = 4 \\ b_{j+1} = 2b_j - b_{j-1}\,,\ b_0 = 1,\ b_1 = 3 \end{cases} \tag{13}$$

rekurent münasibətlərini ödəyir. Nəhayət bu münasibətlərdən istifadə edərək $\{a_j\}_0^\infty$ və $\{b_j\}_0^\infty$ ardıcıllıqları üçün

$$\begin{cases} a_j = 3\cdot j + 1 \\ b_j = 2\cdot j + 1 \end{cases} j = \overline{0,\infty} \tag{14}$$

Bine düsturlarını alırıq.

Sonda, mənim diqqətimi bu mövzuya çəkdiyinə görə ADA Universitetindən F.V.Hüseynova,ilk rekurent münasibətin tapılmasına kompüter proqramı yazmaqla yardım etdiyinə görə ADA Universitetinin baş müəllimi A.İ.Yusubova, çalışmaya göstərdiyi təşviqedicimarağa görə BDU-dan N.Ə.Əliyevə vənəhayət sonuncu məsələnin həllində buraxmış olduğum xətanın düzəldilməsi ilə əlaqədar olaraq Şamaxı Astrofizika Rəsədxanasından C.S.Əliyevə təşəkkür edirəm.

Абдуллаев Самед,
преподаватель математики
Средняя школа №7, г. Джалилабад
asamed-47@mail.ru

Усиления неравенства Финслера-Хадвигера

В математической литературе неравенство

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 4S\sqrt{3} + (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 \tag{1}$$

где a, b, cи Sявляются соответственно длинами сторон и площадью треугольника, называется неравенством Финслера-Хадвигера (Ф-Х). В данной работе доказываются два неравенства, каждое из которых является усилением неравенства (1). Сначала с учетом равенства

$$16S^2 = 2(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2) - a^4 - b^4 - c^4 \tag{2}$$

которое есть просто видеизмененной формой формулы Герона для площади треугольника, преобразуя разность

$$(a^2 + b^2 + c^2)^2 - (4S\sqrt{3})^2 \tag{3}$$

получаем тождество

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4S\sqrt{3} = \frac{2(a+b)^2(a-b)^2 + 2(a+c)^2(a-c)^2 + 2(b+c)^2(b-c)^2}{a^2+b^2+c^2+4S\sqrt{3}} \tag{4}$$

из которого сразу же следуетхорошо известное неравенство:

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 4S\sqrt{3}. \tag{5}$$

Далее доказывается, что в любом треугольнике выполняется равенство

$$2(a+b)^2 - \left(a^2 + b^2 + c^2 + 4S\sqrt{3}\right) = 4ab\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \gamma\right)\right] \tag{6}$$

где γ – угол противолежащей стороне c в треугольнике, из чего следует неравенство

$$2(a+b)^2 \geq \left(a^2 + b^2 + c^2 + 4S\sqrt{3}\right) \tag{7}$$

в котором равенство достигается только при $\gamma = \frac{2\pi}{3}$. Ясно, что это неравенствовыполняется для любых пар сторон треугольника на левой стороне. Если теперь равенство (4)переписать в виде

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4S\sqrt{3} = \frac{2(a+b)^2}{a^2+b^2+c^2+4S\sqrt{3}}(a-b)^2 + \frac{2(a+c)^2}{a^2+b^2+c^2+4S\sqrt{3}}(a-c)^2 + \frac{2(b+c)^2}{a^2+b^2+c^2+4S\sqrt{3}}(b-c)^2,$$

то учитывая (7) и заменяя первую дробь на правой стороне наименьшим значением 1 получаем неравенство

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 4S\sqrt{3} + (a-b)^2 + \frac{2(a+c)^2}{a^2+b^2+c^2+4S\sqrt{3}}(a-c)^2 + \frac{2(b+c)^2}{a^2+b^2+c^2+4S\sqrt{3}}(b-c)^2 \qquad (8)$$

которое и является первым усилением неравенства (Ф-Х). Это неравенство замечателен тем, что при условии $\gamma = \frac{2\pi}{3}$ оно превращается в равенства, в то время как, неравенство Ф-Х превращается в равенства лишь при $a = b = c$.

Второе усиление неравенства (Ф-Х)извлекается также как следствие из тождества

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4S\sqrt{3} - 2(a-b)^2 = 4ab\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \gamma\right)\right] \qquad (9)$$

которое получаетсятождественным преобразованием выражения

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4S\sqrt{3} - 2(a-b)^2.$$

Из тождества (9) сразу получается неравенство

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 4S\sqrt{3} + 2(a-b)^2 \qquad (10)$$

которое обращается в равенства при $\gamma = \frac{2\pi}{3}$. Ясно, что неравенство (10) выполняется для любых пар сторон треугольнике на правой стороне.

Далее доказывается, что если в треугольникеимеет место $a \geq b \geq c$, то вернонеравенство

$$2(a-c)^2 \geq (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2,$$

из которого немедленно следует, что неравенство

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 4S\sqrt{3} + 2(a-c)^2 \qquad (11)$$

типа (10) является усилением неравенства (Ф-Х).

В концехочу выразить благодарность Ф.В.Гусейнову из университета АДА и И.М.Юсубову из БГУ за обсуждения некоторых деталей данной работы и за их ценные замечания.

Абдуллаева Леман,
кандидат физико-математических наук
Гасанов Магамед,
научный сотрудник
Институт проблем физики
Бакинский государственный университет
l.k_abdullayeva@mail.ru
mamed.hasanov@bsu.az

Исследование решение задачи распределения тепла и процесса диффузии

Физическая интерпретация этой задачи заключается в том, что каждая температурная волна сопровождается диффузионной волной, идущей с той же скоростью, величина которой пропорциональна температурной волне. Зависимость между этими волнами определяется только свойствами среды. Подобным же образом происходит обратное, т.е. диффузионная волна сопровождается дополнительной температурной волной.

Мы остановимся на исследовании задачи, когда температура средыили поверхность тела изменяется по закону простого гармоническогоколебания.

Рассмотрим систему уравнений:

$$u_t = u_{xx} - kv_t, \quad x \in (0,1),\ t > 0, \tag{1}$$

$$v_t = R_u v_{xx} - R_u TFu_{xx}, \ x \in (0,1), t > 0 \tag{2}$$

Здесь $u = u(x,t), v = v(x,t)$, $k -$есть коэффициент массопереноса, R_u -критерия взаимосвязи между тепло и массопереносами, а TF -критерия температурной разности.

Эту систему уравнений, можно привести к системе двухнесвязанных уравнений типа теплопроводности, где роль потенциаловбудет играть некоторые комбинированные переменные z_i, являющиеся линейной комбинацией u и v.

$z_i = p_i u + q_i v$, p_i и q_i -некоторые постоянные числа.

Определим из уравнения (1) u_{xx} и подставим ее в (2), тогда получим:

$$u_{xx} = u_t + kv_t$$

$$v_{xx} = TFu_t + \left(\frac{1}{R_u} + kTF\right)v_t$$

Умножая первое уравнение на некоторую постоянную p, а второе на q и после почленного сложения будем иметь:

$$pu_{xx} + qv_{xx} = pu_t + qTFu_t + \left[pk + q\left(\frac{1}{R_u} + kTF\right)\right]v_t \tag{3}$$

Уравнение (3) примет форму уравнения теплопроводности относительно $z = pu + qv$ при условии, что

$$\frac{p + qTF}{p} = \frac{pk + q\left(\frac{1}{R_u} + kTF\right)}{q} = a^2 \tag{4}$$

Из (4) следует что, предварительно исключив p и q, для a^2 получится следующее уравнение:

$$a_i = \left[\left(1 + kTF + \frac{1}{R_u}\right) + (-1)^i \sqrt{\left(1 + kTF + \frac{1}{R_u}\right)^2 - \frac{4}{R_u}}\right], \quad i = 1,2 \tag{5}$$

Следовательно, систему уравнений (1)-(2) с учетом (3)-(5) можно переписать так:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial z_1}{\partial t} = \dfrac{1}{a_1^2}\dfrac{\partial^2 z_1}{\partial x^2}, & x \in (0,1), t > 0 \\ \dfrac{\partial z_2}{\partial t} = \dfrac{1}{a_2^2}\dfrac{\partial^2 z_2}{\partial x^2}, & x \in (0,1), t > 0 \end{cases} \tag{6}$$

$$z_i = p_i u(x,t) + q_i v(x,t), \quad i = 1,2, \tag{7}$$

где $\dfrac{1}{a_i^2}$ $(i = 1,2)$ приобретает физический смысл коэффициента теплопроводности или диффузии.Краевые условия рассматриваемой нами задачи имеют вид:

$$-u_x(1,t) + KQ(t) - KM(t) = 0 \tag{8}$$

$$-v_x(1,t) + TFu_x(1,t) + KM(t) = 0 \qquad (9)$$

$$u(x,0) = F_1(x), v(x,0) = F_2(x) \qquad (10)$$

$$u_x(0,t) = v_x(0,t) = 0 \qquad (11)$$

$KQ(t)$ и $KM(t)$ есть критерии тепло и массопереноса соответственно.

В результате преобразования взаимосвязанной системы уравнений (1)-(2) икраевых условий (8)-(11), с учетом новой переменной $z_i(x,t) = p_i u(x,t) + q_i v(x,t)$
мы получили два несвязанных уравнений типа теплопроводности. Первое $(i=1)$ и второе $(i=2)$ уравнения вместе с соответствующим им краевымусловиям окончательно будут выглядеть так:

$$\frac{\partial z_i}{\partial t} = \frac{1}{a_i^2}\frac{\partial^2 z_i}{\partial x^2}$$

$$z_i(x,0) = \Phi_i(x)$$

$$\frac{\partial z_i(0,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial z_i(1,t)}{\partial x} = (p_i + q_i TF)KQ(t) - [p_i - q_i(1-TF)]KM(t)$$

где p_i и q_i $(i=1,2)$ определяются соотношениями (7).

Эта система уравнений с учетом (7) дает нам ответ на поставленный вопрос.

$$\begin{cases} u(x,t) = -\dfrac{a_2^2-1}{a_2^2-a_1^2}\left[\varphi_1(x,t) - \dfrac{a_1^2-1}{TF}\varphi_2(x,t)\right] \\ v(x,t) = \dfrac{a_2^2-1}{a_1^2-a_2^2}\left[\dfrac{TF}{a_2^2-1}\varphi_1(x,t) - \varphi_2(x,t)\right] \end{cases} \qquad (12)$$

Исходные дифференциальные уравнения (1)-(2) в процессе преобразования приобретают в некотором роде сходство с уравнениями, выражающими два связанных колебаний.Поэтому физическая интерпретация их решений (12) заключается в том, что каждая температурная волна сопровождается диффузионной волной, идущей с той же скоростью, величина которая пропорциональна температурной волне. Зависимость между этими волнами определяется только свойствами среды. Подобным же образом происходит обратное, т.е. диффузионная волна сопровождается дополнительной температурной волной.

Айда-заде Камиль,
профессор, доктор физико-математических наук
Гашимов Вугар,
диссертант
Институт Систем Управления НАН Азербайджана
kamil_aydazade@rambler.ru
vugarhashimov@gmail.com

Повышение точности численного решения дифференциальных уравнений с нелокальными условиями

Рассматривается система линейных неавтономных дифференциаль-ных уравнений:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t), \;\; t \in [0, T], \tag{1}$$

с неразделенными условиями относительно $l - 1$ промежуточных состояний:

$$\sum_{i=0}^{l} C^i x(\bar{t}_i) = d, \tag{2}$$

Здесь $x(t) \in R^n$ – искомая вектор-функция; $A(t)$, C^i – заданные квадратные матрицы размерности n, $i = 0,1, \dots, l$; $B(t)$, d – заданные n мерные векторы; моменты времена $\bar{t}_i \in [0, T]$, причем $\bar{t}_1 < \bar{t}_2 < \dots < \bar{t}_l = T$.

В работе для повышения точности численного решения системы (1) предлагается использовать многоточечные аппроксимации на заранее определенной сетке:

$$\omega = \{\tau_i \in [0, T]: \;\; \tau_i = ih, \;\; i = 0,1, \dots, N\}.$$

В этом случае мы получим дискретную систему линейных многошаговых уравнений, аппроксимирующую систему (1) с точностью, зависящей от числа точек.Будем предполагать, моменты $\bar{t}_i$ принадлежат построенной сеточной области ω.

$$\bar{t}_i = \tau_{s_i}, \qquad i = 1,2, \dots, l,$$

где s_i– порядковой номер -той точки в ω.Для первой производной отфункйии$x(t)$ можно использовать известные k– шаговые формулы аппроксимации:

$$\dot{x}(t)|_{t=\tau_i} = \sum_{q=-k_1}^{k_2} \alpha_q x^{i+q} + O(h^m). \tag{3}$$

Здесь $k_1 + k_2 = k - 1$, k_1,$k_2 \geq 0$,$x^q = x(\tau_q) \in \mathrm{R}^n$, порядок точности аппроксимации m определяется схемой аппроксимация (3).Увеличивая число точек k, участвующих в аппроксимации производной $\dot{x}(t)$ можно увеличить порядок точности аппроксимации m.

Используя какую-либо схему k–шаговой аппроксимации производной $\dot{x}(t)$ порядка точности $O(h^m)$, систему линейных k – шаговых дискретных уравнений:

$$x^j = \sum_{\nu=-k_{1j}}^{k_{2j}} \alpha_\nu^j x^{j+\nu} + \beta^j, \tag{5}$$

с нелокальными неразделенными промежуточными условиями вида:

$$\sum_{i=0}^{l} C^i x^{s_i} = d. \tag{6}$$

В соотношениях (5) коэффициенты α_ν^j определяются коэффициентами дифференциальных уравнений (1) и коэффициентами разностной аппроксимации (3). Значения k_{1j} и k_{2j}, удовлетворяющие условию:

$$k_{1j} + k_{2j} = k - 1, \;\; j = 1,2, \dots, N,$$

имеют различные значения (т.е. схемы аппроксимации (3)) при $j = 1,2, \dots, k$, а для $j = k + 1,2, \dots, N$, т.е. внутренних узловых точек ω, как правило, схема не меняется и определяется уравнениями вида:

$$x^j = \sum_{\nu=1}^{k} \alpha_\nu^j x^{j-\nu} + \beta^j, j = k, \dots, N. \tag{7}$$

Первые k соотношений из (5), состоящих из kn уравнений, учитывая их специфику, можно считать условиями с неразделенными состояниями и объеденить их с (6).Таким образом в (7) имеем $(N - k)n$ уравнений вида (7) с k– диагональной матрицей Якоби.

Для решения дискретной системы (5)–(6) предложен следующий подход, использующий идею метода переноса (прогонки) условий.

Рассмотрим, например, одно p–ое условие из (6), которое запишем в векторной форме:

$$\sum_{i=0}^{l} C_p^i x^{s_i} = d_p, \tag{8}$$

где C_p^i – p-тая строка матрицы C^i, $i = 0,1, \dots, l$; d_p – p-тая компонента вектора d.

Запишем (8) в виде:

$$C_p^0 x^{s_0} + \sum_{i=1}^{l} C_p^i x^{s_i} = d_p. \tag{9}$$

Будем говорить, что векторы $C_p^{0\nu}$ и скаляры d_p^{ν}переносят условие (9) вправо, если в сеточных точках $\tau_k \in [0, T], k = s_0, \dots, s_1$ для произвольного решения системы (7) выполнено условие:

$$C_p^{0\nu} x^{\nu} + \sum_{i=1}^{l} C_p^{i\nu} x^{s_i} = d_p^{\nu}, \ \ \nu = s_0, \dots, s_1. \tag{10}$$

Если такие векторы $C_p^{0\nu}$ и скаляры d_p^{ν} будут определены, тогда из (10) при $\nu = s_1$ будет получено новое условие:

$$\sum_{i=1}^{l} \tilde{C}_p^i x^{s_i} = \tilde{d}_p, \tag{11}$$

эквивалентное (8), в котором участвует на одно промежуточное состояние меньше, чем в (8). При этом имеет место

$$\tilde{C}_p^1 = C_p^1 + C_p^{0s_1}, \tilde{d}_p^i = d_p^i \qquad \text{для} i = 2, \dots, l.$$

Векторы $C_p^{0\nu}$ и скаляры d_p^{ν} будем называть коэффициентами сдвига условий. Они не единственны. В частности, доказана теорема, определяющая такие коэффициенты.

Теорема.*Векторы $C_p^{0\nu}$ и скаляры d_p^{ν}, полученные из рекуррентных соотношений:*

$$C_p^{0\nu+1} = C_p^{0\nu} \alpha_j^{\nu}, \ \ j = 1, \dots, k, \tag{12}$$
$$d_p^{\nu+1} = d_p^{\nu} - C_p^{0\nu} \beta^{\nu}, \tag{13}$$

являются коэффициентами сдвига условий (6) относительно дискретной системы (7).

Соотношения (12), (13) позволяют осуществить последовательное сокращение участия промежуточных состояний во всех неразделенных условиях (6) до тех пор, пока не будут получены условия типа Коши на правом конце по всем дискретным переменным.

Алиев Нихан,
профессор, доктор физико-математических наук
Алиев Ахмедали,
старший научный сотрудник
Института прикладной математики
Бакинский государственный университет
aahmad07@rambler.ru

Исследование решения одной смешанной задачи

Представленная работа посвящена исследованию решения задачи для параболического трехмерного интегро-дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Предлагается нестандартный подход к решению задачи, возникающей при эксплуатации нефтяных месторождений т.е. при добыче нефти.

Исследуется математическая модель движения нефти к центральной несовершенной скважине в пластах с релаксирующей пористостью. Получается смешанная задача для интегро-дифференциального уравнения параболического типа. Правая часть граничного условия является разрывной функцией.

Математическая модель который описывает вышесказанного процесса такова, что исследование решения поставленной задачи известными методами неприемлемо, т.е. получить аналитическое представление решения почти невозможно. Поэтому мы будем применять схему из работы . Приведенная схема опирается на необходимые условия, которые получаются с помощью второй формулы Грина и из аналога этой формулы. Отметим, что некоторые из этих необходимых условий, полученных в содержат сингулярные интегралы. Эти сингулярности регуляризуются не стандартными методами. Также надо заметить, что при решении этой задачи мы применили метод интегральных преобразований Лапласа и далее поставленная задача сводилась к системе интегральных уравнений Фредгольма второго рода, ядра которых не содержат сингулярностей.

Пусть $P = P(r,z,t)$, $r \in (r_c, R_k)$, $z \in (0,h)$, $t > 0$, r_c, R_k и h вещественные числа $r_c < R_k$, $h > 0$.

Рассмотрим следующую смешанную задачу для интегро-дифференциального уравнения:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 P}{\partial z^2}=a\frac{\partial P}{\partial t}+b\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t e^{\frac{t-\tau}{\theta_m}}(P-P_0)d\tau \tag{1}$$

с начальными

$$P(r,z,0)=P_0, \tag{2}$$

и граничными условиями

$$\begin{cases} P(R_k,z,t)=P_k \\ r\left.\frac{\partial P}{\partial r}\right|_{r=r_c}=\begin{cases}0, & 0\le z\le h_1,\\ \dfrac{Mq}{2\pi k(h-h_1)}, & h_1<z\le h,\end{cases}\end{cases} \tag{3}$$

$$\left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{z=0}=\left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{z=h}=0, \tag{4}$$

где a, b, θ_m, P_0, P_k, M , q и k -вещественные постоянные числа, P -искомая функция. Правой частью одного из граничных условий, заданных в (3), является разрывная функция от переменной z.

С помощью преобразования Лапласа смешанная задача (1)-(4) сведена к другой граничной задаче.

Установлено следующее утверждение**:**

Теорема 1. Пусть a, b, θ_m, P_0, P_k, M, q, k, h_1, h, r_c и R_k -вещественные числа, причем $h > 0$, $0 < h_1 < h$, $r_c < R_k$, λ -комплексный параметр, $\operatorname{Re}\lambda > 0$. Тогда решение граничной задачи (1)-(4) дается с помощью полученного конкретного соотношения, где граничные значения определяются из системы интегральных уравнений.

Алиев Нихан,
доктор математических наук, профессор
Ахмедов Рамиз,
кандидат физико-математических наук, доцент
Бакинский государственный университет
ahmadov_ramiz@hotmail.com

О решении одной задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с непрерывно меняющимся порядком производной, где шаг равен $\frac{1}{3}$, .

Рассматривается следующая задача Коши:

$$a_1\int_0^{\frac{1}{3}} D_x{}^{\alpha} y(x,\lambda)d\alpha + a_2\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} D_x{}^{\alpha} y(x,\lambda)d\alpha + a_3\int_{\frac{2}{3}}^{1} D_x{}^{\alpha} y(x,\lambda)d\alpha = 0, \tag{1}$$

$$y(x_0)=\mu_0, \qquad D^{\frac{1}{3}} y(x)\big|_{x=x_0} = \mu_1 \qquad D^{\frac{2}{3}} y(x)\big|_{x=x_0} = \mu_2, \tag{2}$$

где $0 < x_0 \le x$.

Известно [1], что для обыкновенного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами первого порядка:

$$\int_0^1 a(\alpha)D^{\alpha} y(x)d\alpha = 0, \qquad x > x_0 > 0, \tag{3}$$

где коэффициенты $a(\alpha)$ есть ступенчатая функция вида:

$$a(\alpha) = a_j \in R,\ \alpha \in (\frac{j-1}{3};\frac{j}{3}),\ (\ j = 1,2,3), \tag{4}$$

уравнения (3) принимает вид:

$$\sum_{j=1}^{3} a_j \int_{\frac{j-1}{3}}^{\frac{j}{3}} D^{\alpha} y(x)d\alpha = 0, \tag{5}$$

и решение уравнения (5) ищется в виде функции Вольтерра [2], т.е. в виде:

$$y(x) \equiv y(x,\lambda) = \int_{-1}^{\infty} \frac{x^{\beta}}{\beta!}\lambda^{\beta} d\beta = \int_{-1}^{\infty} \frac{(\lambda x)^{\beta}}{\beta!} d\beta. \tag{6}$$

Тогда,

$$D^{\alpha} y(x) = D^{\alpha} y(x,\lambda) = \int_{-1}^{\infty} \frac{\lambda^{\beta} x^{\beta-\alpha}}{(\beta-\alpha)!} d\beta,$$

и если принять обозначение $\beta - \alpha = \xi$ (*т.е.* $\beta = \alpha + \xi$), то мы получим:

$$D^{\alpha} y(x) = \lambda^{\alpha} y(x), \qquad \lambda \ge 0. \tag{7}$$

Тогда учитывая (7) из уравнения (5) получим следующее :

$$\sum_{j=1}^{3} a_j \int_{\frac{j-1}{3}}^{\frac{j}{3}} \lambda^{\alpha} d\alpha = 0, \quad \lambda \ne 1. \tag{8}$$

А из последнего, имеем:

$$a_1(\lambda^{\frac{1}{3}} - 1) + a_2(\lambda^{\frac{2}{3}} - \lambda^{\frac{1}{3}}) + a_3(\lambda - \lambda^{\frac{2}{3}}) = 0\,.$$

Последнее означает, что характеристическое уравнение будет иметь вид:

$$a_3\lambda + (a_2 - a_3)\lambda^{\frac{2}{3}} + (a_1 - a_2)\lambda^{\frac{1}{3}} - a_1 = 0. \tag{9}$$

И если ввести обозначение $\rho = \lambda^{\frac{1}{3}}$ (или $\lambda = \rho^3$), то, мы получим характеристическое уравнение, соответствующее уравнению (3) в следующем виде:

$$a_3\rho^3 + (a_2 - a_3)\rho^2 + (a_1 - a_2)\rho - a_1 = 0 \tag{10}$$

По найденным λ_1 , λ_2 и λ_3, общее решение уравнения (1), определяется следующим образом:

$$y(x,\lambda) = c_1 y_1(x,\lambda_1) + c_2 y_2(x,\lambda_2) + c_3 y_3(x,\lambda_3)\,. \tag{11}$$

где

$$y_{\kappa}(x,\lambda_{\kappa}) = \int_{-1}^{\infty} \frac{(\lambda_{\kappa} x)^{\beta}}{\beta!} d\beta, \quad \kappa = 1,2,3.\ , \tag{12}$$

Для решения задачи (1)-(2) определим коэффициенты c_1, c_2 и c_3.

Определим эти коэффициенты из условий (2) с учетом общего вида решения $y(x)$, т.е. из вида (11):

$$\begin{aligned}
&c_1 y_1(x_0,\lambda_1) + c_2 y_2(x_0,\lambda_2) + c_3 y_3(x_0,\lambda_3) = \mu_0 \\
&c_1 D_x^{\frac{1}{3}} y_1(x,\lambda_1)\Big|_{x=x_0} + c_2 D_x^{\frac{1}{3}} y_2(x,\lambda_2)\Big|_{x=x_0} + c_3 D_x^{\frac{1}{3}} y_3(x,\lambda_3)\Big|_{x=x_0} = \mu_1 \\
&c_1 D_x^{\frac{2}{3}} y_1(x_0,\lambda_1)\Big|_{x=x_0} + c_2 D_x^{\frac{2}{3}} y_2(x_0,\lambda_2)\Big|_{x=x_0} + c_3 D_x^{\frac{2}{3}} y_3(x_0,\lambda_3)\Big|_{x=x_0} = \mu_2
\end{aligned} \tag{13}$$

Таким образом, если

$$\begin{vmatrix}
y_1(x_0,\lambda_1) & y_2(x_0,\lambda_2) & y_3(x_0,\lambda_3) \\
D_x^{\frac{1}{3}} y_1(x_0,\lambda_1)\Big|_{x=x_0} & D_x^{\frac{1}{3}} y_2(x_0,\lambda_2)\Big|_{x=x_0} & D_x^{\frac{1}{3}} y_2(x_0,\lambda_3)\Big|_{x=x_0} \\
D_x^{\frac{2}{3}} y_1(x_0,\lambda_1)\Big|_{x=x_0} & D_x^{\frac{2}{3}} y_2(x_0,\lambda_2)\Big|_{x=x_0} & D_x^{\frac{2}{3}} y_2(x_0,\lambda_3)\Big|_{x=x_0}
\end{vmatrix} \ne 0 \tag{14}$$

то из последней системы определяются коэффициенты c_1, c_2 и c_3.

Подставляя полученные значения для c_1, c_2 и c_3. в общее решение (11) уравнения (1) получим решение задачи Коши (1)-(2).

И так, установлено следующее утверждение:

Теорема. Пусть $a_1, a_2, a_3, \mu_0, \mu_1$ и μ_2-вещественные постоянные числа . Тогда при условии (14) существует единственное решение задачи Коши (1), (2) имеющий вид (11).

Алиев Нихан,
профессор, доктор физико-математических наук
Кязимов Гусейн,
старший преподаватель
Бакинский государственный университет
Нахичеванский государственный университет
kazimov.husen@mail.ru

Исследование задачи для обыкновенного линейного возмущенного дифференциального уравнения второго порядка

В данной работе рассмотрена задача для обыкновенного линейно- дифференциального уравнения второго порядка (где коэффициент производной высшего порядка есть малый параметр) при общих нелокальных граничных условиях. Соединяя необходимые и заданные граничные условия, для этой задачи находится неизвестная функция и ее производная из полученной линейной алгебраической системы уравнений. Т.е. локализуются граничные условия. А потом определяются достаточные условия для определения возникновения пограничного слоя. Тогда, если предельное состояние решение данной задачи (при $\varepsilon = 0$) не удовлетворяет граничного условия, то возникает пограничная полоса. Цель нашего исследование заключается именно в определении границы, где возникает пограничная полоса.

Рассмотрим следующую задачу:

$$\ell_\varepsilon y_\varepsilon \equiv \varepsilon y''_\varepsilon(x) + a y'_\varepsilon(x) + b y_\varepsilon(x) = f(x), \qquad x \in (0,1), \tag{1}$$

$$\ell_k y_\varepsilon = \sum_{j=0}^{1} \left\{ \alpha_{kj} y_\varepsilon^{(1-j)}(0) + \beta_{kj} y_\varepsilon^{(1-j)}(1) \right\} = \gamma_k, \ \ k = 1, 2; \tag{2}$$

здесь $\varepsilon \geq 0$ малый параметр, $a > 0$, $b, \alpha_{kj}, \beta_{kj}, \gamma_k$ - заданные вещественные константы, а $f(x)$- заданная вещественная функция. Так как мы будем работать в пространстве вещественных функций, скалярное произведение будем обозначать следующим образом:

$$\left(f, g\right) \overset{def}{=} \int_0^1 f(x) g(x) dx. \tag{3}$$

Левую часть уравнения (1) скалярно умножаем на функцию $z_e(x)$:

$$\left(\ell_\varepsilon y_\varepsilon, z_\varepsilon\right) = \varepsilon \int_0^1 y''_\varepsilon(x) z_\varepsilon(x) dx + a \int_0^1 y'_\varepsilon(x) z_\varepsilon(x) dx + b \int_0^1 y_\varepsilon(x) z_\varepsilon(x) dx \tag{4}$$

В полученном соотношении первое слагаемое интегрируем по частям два раза, а второе слагаемое - один раз. В итоге получим:

$$\begin{aligned} \left(\ell_\varepsilon y_\varepsilon, z_\varepsilon\right) &= \varepsilon \left[y'_\varepsilon(x) z_\varepsilon(x) \Big|_0^1 - y_\varepsilon(x) z'_\varepsilon(x) \Big|_0^1 + \int_0^1 y_\varepsilon(x) z''_\varepsilon(x) dx \right] + \\ &+ a \left[y_\varepsilon(x) z_\varepsilon(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 y_\varepsilon(x) z'_\varepsilon(x) dx \right] + b \int_0^1 y_\varepsilon(x) z_\varepsilon(x) dx = \\ &= B(y_\varepsilon, z_\varepsilon) + \left(y_\varepsilon, \ell^*_\varepsilon z_\varepsilon\right) \end{aligned} \tag{5}$$

здесь

$$B(y_\varepsilon, z_\varepsilon) = \varepsilon y'_\varepsilon(1) z_\varepsilon(1) - \varepsilon\, y'_\varepsilon(0) z_\varepsilon(0) - \varepsilon\, y_\varepsilon(1) z'_\varepsilon(1) + \varepsilon\, y_\varepsilon(0) z'_\varepsilon(0) + \\ + a\, y_\varepsilon(1) z_\varepsilon(1) - a\, y_\varepsilon(0) z_\varepsilon(0) \tag{6}$$

есть двойное линейное, а

$$\ell^*_\varepsilon z_\varepsilon \equiv \varepsilon\, z''_\varepsilon(x) - a\, z'_\varepsilon(x) + b\, z_\varepsilon(x) \tag{7}$$

сопряженное дифференциальное выражения согласно (1). Полученное соотношение (5) называется формулой Лагранжа.

$$\ell^*_\varepsilon z_\varepsilon \equiv \varepsilon\, z''_\varepsilon(x) - a\, z'_\varepsilon(x) + b\, z_\varepsilon(x) = g(x), \tag{8}$$

здесь $g(x)$ есть произвольная гладкая функция. Вначале рассмотрим однородное уравнение:

$$\varepsilon\, z''_\varepsilon(x) - a\, z'_\varepsilon(x) + b\, z_\varepsilon(x) = 0\,. \tag{9}$$

Если решение этого уравнения ищем в следующем виде:

$$z_\varepsilon(x) = e^{\theta(\varepsilon) x} \tag{10}$$

то, для $\theta(\varepsilon)$ получаем следующее характеристическое уравнение:

$$\varepsilon\, \theta^2(\varepsilon) - a\theta(\varepsilon) + b = 0\,. \tag{11}$$

Корни этого уравнения

$$\theta_k(\varepsilon) = \frac{a + (-1)^k \sqrt{a^2 - 4b\varepsilon}}{2\varepsilon}, \quad k = 1,\, 2 \tag{12}$$

Тогда независимые решения уравнений (9) из (10) определяем в следующем виде: (при $\theta_1(\varepsilon) \neq \theta_2(\varepsilon)$, т.е. $a^2 - 4b\varepsilon > 0$)

$$z_{k\varepsilon}(x) = e^{\theta_k(\varepsilon) x} \quad (k = 1,\, 2),$$

А это для общего решения уравнения (9) дает следующее соотношение:

$$z_\varepsilon(x) = \sum_{k=1}^{2} C_k e^{\theta_k(\varepsilon) x}\,.$$

Здесь C_k - произвольные константы. Теперь, используя вариационный метод, можно вычислить одно частное решение уравнения (8) в следующем виде:

$$z_e(x) = \int_x^1 \frac{e^{\theta_1(\varepsilon)(x-\xi)} - e^{\theta_2(\varepsilon)(x-\xi)}}{\varepsilon\left[\theta_2(\varepsilon) - \theta_1(\varepsilon)\right]}\, g(\xi)\, d\xi \tag{13}$$

Из этого соотношения, полученного для одного частного решения уравнения (8), сопряженного к уравнению (1), видно, что фундаментальное решение уравнения (8) имеет следующий вид:

$$Z_\varepsilon(x-\xi) = \frac{\theta(\xi - x)}{\varepsilon\left[\theta_2(\varepsilon) - \theta_1(\varepsilon)\right]}\left[e^{\theta_1(\varepsilon)(x-\xi)} - e^{\theta_2(\varepsilon)(x-\xi)}\right], \tag{14}$$

Здесь $\theta(\xi - x)$ есть единичная функция Хевисайда [1]. Таким образом, получаем следующие утверждения:

Теорема 1. Если в уравнении (1) $a > 0,\ b \in R,\ a^2 - 4b\varepsilon > 0,$ а $\varepsilon \geq 0$ есть малый параметр, то фундаментальное решение для сопряженного уравнения (8) получается в виде (14) (по отношению к ε).

Теорема 2 При выполнении условий **Теоремы 1** и если не удовлетворяется некоторое определенное условие , то возникает пограничная полоса на границе $x = 0$.

Алиев Нихан,
доктор математических наук, профессор
Мустафаева Елена,
кандидат физико-математических наук, доцент
Бакинский государственный университет
helenmust@bsu.edu.az

Необходимые условия для нелокальной граничной задачи для двухмерного волнового уравнения

Рассмотрим уравнение

$$lu(x) = \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_0^2} - a^2\left(\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_2^2}\right) = 0 \qquad (1)$$

в области $D = \{x = (x_0, x_1, x_2)\} \subset R^3$ с границей Ляпунова Γ, выпуклой в направлении x_0, с нелокальными граничными условиями:

$$l_i u \equiv \sum_{j=0}^{2}\left[\alpha_{ij}^{(1)}(x')\frac{\partial u(x)}{\partial x_j}\Big|_{x_0=\gamma_1(x')} + \alpha_{ij}^{(2)}(x')\frac{\partial u(x)}{\partial x_j}\Big|_{x_0=\gamma_2(x')}\right] + \sum_{k=1}^{2}\alpha_i^{(k)}(x')u(x',\gamma_k(x')) = 0,$$
$$i = 1,2;\ x' \in S\ , \qquad (2)$$

Здесь область $S \subset Ox_1x_2$ является проекцией области *D* на плоскость $Ox_1x_2 = Ox'$, Γ - граница области *D*, являющаяся поверхностью Ляпунова, Γ_1 и Γ_2 - нижняя и верхняя полуповерхности границы Γ соответственно, определенные следующим образом: $\Gamma_k = \{\xi = (\xi_0, \xi_1, \xi_2) : \xi_0 = \gamma_k(\xi'),\ \xi' = (\xi_1, \xi_2) \in S\}$, где $\xi_0 = \gamma_k(\xi_1, \xi_2), k = 1, 2$, - уравнения полуповерхностей Γ_1 и Γ_2, функции $\gamma_k(\xi'), k = 1, 2$, дважды дифференцируемы по обеим переменным ξ_1, ξ_2 в области *S*; коэффициенты $\alpha_{ij}^{(k)}(x')$, *i*, *k*=1,2, *j* =1,2,3, удовлетворяют условию Гельдера, $\alpha_i^{(k)}(x')$, *i*, *k*=1,2, непрерывные функции в области *S*.

Фундаментальным решением уравнения (1) является

$$U(x-\xi) = \frac{\theta(a(x_0-\xi_0) - \sqrt{(x_1-\xi_1)^2 - (x_2-\xi_2)^2})}{2\pi a\sqrt{a^2(x_0-\xi_0)^2 - (x_1-\xi_1)^2 - (x_2-\xi_2)^2}} \qquad (3)$$

Умножим уравнение (1) на фундаментальное решение (3) и проинтегрируем по частям по области D, получим первое основное соотношение

$$\int_\Gamma \left[u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_0} - \frac{\partial u(x)}{\partial x_0}U(x-\xi)\right]\cos(\nu_x, x_0)dx -$$
$$-a^2\sum_{j=1}^{2}\int_\Gamma\left[u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_j} - \frac{\partial u(x)}{\partial x_j}U(x-\xi)\right]\cos(\nu_x, x_j)dx = \begin{cases} u(\xi), & \xi \in D, \\ \frac{1}{2}u(\xi), & \xi \in \Gamma. \end{cases} \qquad (4)$$

Второе из соотношений (4) называется **1-ым необходимым условием** разрешимости задачи (1)-(2):

$$\frac{1}{2}u(\xi) == \int_\Gamma \left(u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_0} - U(x-\xi)\frac{\partial u}{\partial x_i} \right)\cos(\nu_x, x_0)dx -$$
$$- a^2 \sum_{j=1}^{2} \int_\Gamma \left(u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_j} - U(x-\xi)\frac{\partial u(x)}{\partial x_j} \right)\cos(\nu_x, x_j)dx, \ \xi \in \Gamma. \tag{5}$$

Таким образом, нами установлена следующая

Теорема 1. *Пусть область* $D \subset R^3$ *с границей Ляпунова* Γ *ограничена и выпукла в направлении* x_0. *Тогда для уравнения* (1) *выполняется первое основное соотношение* (5).

Аналогично получаем 2-ыеосновные соотношения:

$$\int_\Gamma \frac{\partial u(x)}{\partial x_0}\left(\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_0}\cos(\nu_x, x_i) - \frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i}\cos(\nu_x, x_0) \right)dx -$$
$$- a^2 \sum_{j=1}^{2} \int_\Gamma \frac{\partial u(x)}{\partial x_j}\left(\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_j}\cos(\nu_x, x_i) - \frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i}\cos(\nu_x, x_j) \right)dx =$$
$$= \begin{cases} \dfrac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_i}, \ \xi \in D, \\ \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_i}, \ \xi \in \Gamma, \end{cases} \quad i = \overline{0,2}. \tag{6}$$

Второе из соотношений (6) называется 2-ым необходимым условием:

$$\frac{1}{2}\frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_i} =$$
$$= \int_\Gamma \frac{\partial u(x)}{\partial x_0}\left(\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_0}\cos(\nu_x, x_i) - \frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i}\cos(\nu_x, x_0) \right)dx -$$
$$- a^2 \sum_{j=1}^{2} \int_\Gamma \frac{\partial u(x)}{\partial x_j}\left(\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_j}\cos(\nu_x, x_i) - \frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i}\cos(\nu_x, x_j) \right)dx. \tag{7}$$

где $\xi \in \Gamma$, $i = \overline{0,2}$.

Итак, нами установлена

Теорема 2. *При выполнении условий теоремы* 1 *для решения уравнения* (1) *выполняются вторые основные соотношения* (6).

Алиев Ниязи,
кандидат технических наук, доцент
Мирзоев Фархад,
кандидат технических наук, доцент
Бакинский государственный университет
az_dicenter@mail.ru
farhad_1958@mail.ru

Укрепление потенциала экономической кибернетики для реализации модели Устойчивого Развития

Впервые модель Устойчивого Развития (УР) была выработана и принята в 1992 году на всемирной конференции в Рио де Жанейро. С тех пор проведено много исследований и наработан значительный опыт. Однако в Азербайджане переход к УР, тормозился рядом известных негативных проблем, и как не парадоксально высокими ценами на нефть.

Главное в концепции УР, в том, что мировое сообщество пришло к выводу, что в современной экономике существует взаимосвязь между тремя факторами: демографическим, экологическим и экономическим.

Планету Земля можно представить, как замкнутую экономическую систему, в которой рост населения приводит к увеличению потребления продовольствия и товаров на основе использования сокращающихся запасов минеральных ресурсов и ископаемого топлива планеты. Уровень использования альтернативных источников энергии растет, но пока недостаточен. С ростом численности населения и его потребностей, несмотря на внедрение энергоэффективных и экологических технологий техногенное давление на окружающую среду (ОС) продолжает усиливаться. Происходят глобальные климатические изменения, рост природных катастроф и др.

Таким образом, сложившая неэффективная экономическая система нуждается в оптимизации своего функционирования на основе модели УР и соответствует схеме обратной связи, используемой в кибернетике. Рассмотрим эти факторы на уровне Азербайджана.

Демографический фактор. В стране население к концу года достигнет численности 10 млн. человек. Хотя в стране наблюдается тенденция снижения рождаемости оно пока обеспечивает необходимый уровень воспроизводства народонаселения. Природные ресурсы и развитие экономики страны позволяют продолжать сокращать безработицу до технологического уровня и создавать новые рабочие места.

Экологический фактор. Известно, что в Азербайджане и бывшем СССР экологическим проблемам уделялось мало внимания. В частности, в Абшеронском экономическом районе было много опасных и токсичных производств, особенно в нефтяной и нефтехимической промышленности в Баку и Сумгаите. Вторым по уровню промышленного развития и загрязнению ОС был Гянджа – Газахский экономический район. В 90-х годы работа многих предприятий в этих регионах по ряду причин приостановилась. Позже начались процессы экологизации экономики и создание предприятий с более совершенными «чистыми» технологиями, что способствовало снижению загрязнения ОС промышленностью. Основным фактором загрязнения в настоящее время является автомобильный транспорт, где также идут процессы с ограничениями использования устаревших моделей автомобилей и перехода к более экологичным маркам топлива «Евро-4» и «Евро-5». Возросший уровень газификации регионов привел к резкому спаду вырубки лесов, а активное проведение мероприятий по посадке зеленых насаждений на Абшероне и вдоль магистралей привело к росту лесных площадей.

Экономический фактор. В последнее время идет интенсификация экономических реформ в ненефтяных отраслях, сельском хозяйстве и в ряде других. Идет создание средних и малых производств в регионах, обеспечивая создание рабочих мест. Реализуется Программы самозанятости, с привлечением инвалидов и других групп населения.

Модель Устойчивого Развития и подготовка специалистов.

В настоящее время в стране имеют место ряд прогрессивных тенденций, позволяющих облегчить переход к модели УР:

1. Ускоренное внедрение информационных технологий;
2. Интенсификация реформирования экономики в ненефтяных отраслях;

Усиление внимания государства к реализации модели УР на современном этапе нужны прежде всего кадры, способные освоить на системном уровне весь вышеназванный комплекс задач. Наиболее подготовленными к решению проблем перехода на новую ступень экономики являются специалисты по экономической кибернетике, - научного направления на стыке математики, информатики, а также экономических и бизнес-приложений, в рамках которой решаются задачи компьютерного моделирования, управления, оптимизации и прогнозирования. Экономическая кибернетика занимается приложением идей, методов кибернетики к экономическим системам, учитывающая в своих учебных программах все три фактора модели УР: экономические и управленческие дисциплины, а также экологический менеджмент.

Среди них: математическое моделирование в экономике, теория нечеткой логики, информатика, компьютерное программирование теория софт-компьютинга, финансовая математика, эколого-экономическое моделирование, эконометрия информационное и финансовое обеспечение экономической деятельности, управление запасами, менеджмент и маркетинг, стратегическое планирование, основы природопользования, экологический менеджмент и др.

Ускоренное внедрение модели УР как оптимального управления на современном этапе реформирования экономики Азербайджана более чем актуально. Для такой масштабной работы следует привлечь имеющихся специалистов в стране, граждан Азербайджана из других стран. А в ближайшее время расширить подготовку специалистов по экономической кибернетике в БГУ и АГЭУ, где имеется соответствующая база и опыт.

Алиев Солтан,
доктор математических наук, профессор
Халилов Вугар,
доктор философии по математике
Институт Математики и Механики НАН Азербайджана
soltanaliyev@yahoo.com
xelilov67@mail.ru

Дифференциальные уравнения для ветвящихся процессов с непрерывным временем и миграцией

Рассмотрим однородный ветвящийся процесс с непрерывными временем и миграцией $\mu(t)$ (Нагаев С.В. Предельные теоремы для критических ветвящихся процессов Гальтона-Ватсона с миграцией.Теор. вероятн. и ее применения).

В произвольном моменте времени $t \in [0,\infty)$ либо с вероятностью $P_k(t)$ в популяцию иммигрируют k частиц, либо с вероятностью $Q_k(t)$ с популяции эмигрируют r, $\left(r = \overline{1,m}\right)$ частиц. Естественно $\sum\limits_{k=0}^{\infty} P_k(t) + \sum\limits_{k=1}^{m} Q_r(t) = 1.$

Процесс иммиграции и эмиграции обозначим через $\xi(t)$ и $P\{\xi(t) = k\} = P_k(t),\ t \ge 0,\ P\{\xi t) = -r\} = Q_r(t),\ r = \overline{1,m}.$ Выберем малое $\Delta(t)$ $(\Delta t \to 0)$.

Допускаем, что $P_0(\Delta t) = 1 + p_0 \Delta t + 0(\Delta t)$, $P_k(\Delta t) = p_k \Delta t + 0(\Delta t)$, $k \ge 1$,

$$Q_r(\Delta t) = q_r \Delta t + 0(\Delta t),\ 1 \le r \le m,\ \sum_{k=0}^{\infty} p_k + \sum_{r=1}^{m} q_r = 0.$$

Обозначим через $\xi_i(\Delta t)$ $\left(i = \overline{1, \mu(t)}\right)$ число потомков i-ой частицы за время $\Delta(t)$ и

$$P\{\xi_i(t + \Delta t) = n | \xi_i(t) = 1\} = H_n(\Delta t) = \begin{cases} h_n \Delta t + 0(\Delta t), & n = 0,2,3,... \\ i + h_n \Delta t = 0(\Delta t), & n = 1. \end{cases}$$

Введем производящие функции

$$F_\xi(t;s) = Ms^{\xi_i(t)} = \sum_{n=0}^{\infty} H_n(t) s^n;\ h(s) = \sum_{n=0}^{\infty} h_n s^n,\ \ |s| \le 1.$$

Доказана следующая.

Теорема. Производящая функция $F_{\mu}(t,s)$ удовлетворяет дифференциаль-ному уравнению

$$\frac{dF_{\mu}(t,s)}{dt} = h(s)\frac{\partial F_{\mu}(t,s)}{\partial s} + \left\langle h(s)\,F_{\mu}(t,s)\right\rangle_{0},\ F_{\mu}(0,s) = 1.$$

Алиев Тофик,
кандидат физико- математических наук, доцент
Бахшиев Шахин,
кандидат технических наук
Институт Систем Управления Национальной Академии Наук Азербайджана
tofig_eliev44@rambler.ru
shaxbazia@yahoo.com

О действиях над числами различной природы, представленными в виде бесконечного числа радикалов

В статье определены действия над числами различной природы,представленными в виде бесконечного числа вложенных радикалов. Установлено, что умножение двух таких чисел сводится к бесконечной цепочке вложенных радикалов, а деление их порождает последовательность чисел, выраженных в виде бесконечной последовательности вложенных радикалов, стремящихся к бесконечности .

Так,например при умножении числа 5 на 6 полученное выражение

$$(k+3)(k+4)\sqrt{(1+(k+4)\sqrt{1+(k+5)\sqrt{1+\ldots}})(1+(k+5)\sqrt{1+(k+6)\sqrt{1+\ldots}})}$$

$k = 1,2,3,\ldots.$

является основным в процессе умножения.

В работе, также для всех чисел x различной природы получена формула

$$x = \sqrt{1+(x-1)\sqrt{1+x\sqrt{1+(x+1)\sqrt{1+\ldots}}}}\ . \qquad (1)$$

Операция над такими числами определяется таким образом. Если $-\infty < x, y < \infty,\ x \neq y$ и

$$x = \sqrt{1+(x-1)\sqrt{1+x\sqrt{1+(x+1)\sqrt{1+\ldots}}}}$$

$$y = \sqrt{1+(y-1)\sqrt{1+y\sqrt{1+(y+1)\sqrt{1+\ldots}}}}\ ,$$

то, по определению

$$x \pm y = \sqrt{1+((x\pm y)-1)\sqrt{1+(x\pm y)\sqrt{1+((x\pm y)+1)\sqrt{1+\ldots}}}}$$

$$k\cdot x = \sqrt{1+(kx-1)\sqrt{1+kx\sqrt{1+(kx+1)\sqrt{1+\ldots}}}}$$

$$-\infty < k < +\infty$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{1+(x-1)\sqrt{1+x\sqrt{1+(x+1)\sqrt{1+\ldots}}}}}{\sqrt{1+(y-1)\sqrt{1+y\sqrt{1+(y+1)\sqrt{1+\ldots}}}}}$$

Формула (1) относится ко всем системам чисел, обладающих свойством коммутативности. А деление $\frac{y}{x}$ двух таких чисел y и x сводится к последовательности $\frac{xk+y}{x}, k = 0,1,,\ldots$ или же бесконечной последовательности вложенных радикалов.

Доказано, что при при $k \to \infty$ последовательность бесконечных вложенных радикалов стремится к бесконечности, т.е.

$$\left\{ \sqrt{1+\left(\frac{xk+y}{x}-1\right)\sqrt{1+\frac{xk+y}{x}\sqrt{1+\left(\frac{xk+y}{x}+1\right)\sqrt{1+\left(\frac{xk+y}{x}+2\right)\sqrt{1+...}}}}} \right\} \to +\infty \qquad (2)$$

При каких значениях $n \in N = \{1,2,3,...\}$ вопрос о справедливости формул (1) и (2), для евклидового пространства E_n остается открытым.

Алиев Фикрет,
доктор физико-математических наук, академик
Тагиев Рашад,
доктор философии по математике
f_aliev@yahoo.com
tagiyev.reshad@gmail.com
Бакинский государственный университет
Бакинский университет бизнеса

Метод решения одной краевой задачи для системы уравнений гиперболического типа, описывающих движение в газлифтном процессе

Рассматривается краевая задача для одной системы дифференциальных уравнений гиперболического типа, описывающих движение жидкости и газа при добыче нефти газлифтным способом. Исходя из известного метода бесконечных рядов, исследуются существование и единственность решения задачи.

Как известно, существуют разные подходы к моделированию газлифта. Движение газожидкостной смеси моделировалось дифференциальными уравнениями сосредоточенными и с распределенными параметрами, в последнем случае после усреднений, задача опять сводится к решению уравнений с сосредоточенными параметрами .

Решение уравнения движения ищется в виде ряда *Алиев Н.А., Алиев Ф.А., Гулиев А.П., Ильясов М.Х.* «Метод рядов в решении одной краевой задачи для системы уравнений гиперболического типа, возникающей при добыче нефти», для построения которого достаточно задать только лишь граничные условия при нулевом значении пространственной переменной. В общем случае строится более упрощенный вычислительный алгоритм, позволяющий найти решение с высокой точностью. Преимущество данного подхода состоит в возможности решения пространственной задачи, в отличие рассмотренной ранее плоской *Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Нуриев Н.Б. «*Задачи моделирования и оптимальной стабилизации газлифтного процесса».

При добыче нефти основное внимание уделяются газлифтному способу, где движение в кольцевом трубопроводе и подъемнике описываются следующей системой дифференциальных уравнений с частными производными гиперболического типа

$$\begin{cases} -F_i \dfrac{\partial P_i(x,t)}{\partial x} = \dfrac{\partial Q_i(x,t)}{\partial t} + 2a_i Q_i(x,t), \\ -F_i \dfrac{\partial P_i(x,t)}{\partial t} = c_i \dfrac{\partial Q_i(x,t)}{\partial x}, \qquad i = 1,2; \quad x \in (0,l) \cup (l,2l); \;\; t \in (0,T). \end{cases} \qquad (1.1)$$

$$2a_i = \frac{g}{\omega_i} + \frac{\lambda_l \omega_i}{2D_i} = const$$

с граничными условиями на верхнем конце трубы:

$$x = 0 : R(0,t) = R_0(t), \quad t \in [0,T] \tag{1.2}$$

здесь $P(x,t)$– давление, $Q(x,t)$– массовый расход, F_i– постоянные площади поперечных сечений труб, $i=1$ соответствует движению в кольцевой пространстве (КП) $x \in (0,l)$, $i=2$– в подъемнике $x \in (l,2l)$, ω_i– средняя скорость потока; c_i $(i=1,2)$– скорости звука в соответствующих средах. В случаях, когда соотношения для функций $P(x,t)$ и $Q(x,t)$ идентичны, вводится функция $R(x,t)$ и подразумевается, что вместо нее следует подставить каждую из искомых функций.

Решение граничной задачи (1.1), (1.2) в кольцевой области, т.е. при $(i=1)$, ищем в виде ряда по координате x

$$R(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} R_k(t) \frac{x^k}{k!} \tag{1.3}$$

граничного условия (1.2). Коэффициенты ряда $R_k(t)$, при $k>0$ определяются рекуррентно из системы дифференциальных уравнений после подстановки разложения (1.3) в систему (1.1) и группировки слагаемых по степеням x,

$$R_{2k}(t) = D_1^k \frac{R_0^{(k)}(t)}{c_1^k}. \tag{1.4}$$

$$P_{2k+1}(t) = -D_1^{k+1} \frac{Q_0^{(k)}(t)}{F_1 c_1^k}, \quad Q_{2k+1}(t) = -D_1^k \frac{F_1 P_0^{(k+1)}(t)}{c_1^{k+1}} \tag{1.5}$$

где верхние индексы в функциях $R_0^{(k)}(t)$, $Q_0^{(k)}(t)$ и $P_0^{(k+1)}(t)$ показывают порядок производных, а нижние – соответствуют членам ряда (1.3). Здесь

$$D_i = \frac{d}{dt} + 2a_i, \quad i = 1,2. \tag{1.6}$$

Таким образом, после определения функций $R_k(t)$ с учетом (1,6) можно доказать следующее утверждение:

Теорема. Если F_1, a_1 и c_1 – действительные постоянные числа функции $R_0(t)$ принадлежат $C^{(\infty)}(0,T)$ и при заданном действительном числе M удовлетворяются соотношения

$$\left|R_0^{(k)}(t)\right| \le M, \ |\xi_1| < 1, , \ k \ge 0; \ \xi_1 = \left(\frac{1+2a_1}{c_1}\right)^{1/l}$$

где- l- длина (КП) $(i=1)$ или подъемной $(i=2)$ трубы, то функции $R_k(t)$будут ограниченными, а ряды (1.3) сходятся абсолютно и равномерно.

Доказательство теоремы следует из оценки функции (1.4) и (1.5).

Замечание. Если $\left|R_0^{(k)}(t)\right| \le M^{k+1}, ,$ при $k \ge 0;$ и $|\xi_1|^l \le N, ,$ где N – действительное число, то ряды (1.3) также сходятся абсолютно и равномерно.

Аразов Гасанбек,
доктор физико-математических наук, профессор
Тарана Алиева,
кондидат физико-математических наук, доцент
Бакинский государственной университет
НИИ Прикладной Математики
НИИ Физических Проблем
arazov_h@ yahoo.com
aliyevatarana@rambler.ru

О математическом моделировании теории популяций семейств малых тел

Наблюдаемые явления характеризуется единственным наборам параметров. В математическом моделировании каждый процесс может быть описано множеством показателей. Поэтому, математическое моделирование допускает исследовании всех возможных вариантов наблюдаемых процессов.

Эволюция динамической системы может быть результатом популяций орбит устойчивых и неустойчивых первичных осколковвещества и их семейств, с особыми начальными условиями. Каждый осколок обладают своими исходными химическими составами и физическими первичными параметрами. Они определяют их место в пространстве, а также и устойчивость или не устойчивость их орбит. Которые становились фундаментом и строительным материалом образования Солнца и планет. Закономерностями эволюции набора масс и внутренними энергетическими процессами управляют силы притяжения и силы ударов бомбардировок. В результате осколки с устойчивыми орбитами со временем становятся массивнее за счет осколок с неустойчивыми орбитами.

Известно, что при образовании и эволюции как внешней формы так и внутренней структуры Земли и других тел активно принимает участие Солнце, Луна и вся Вселенная. Эти процессы происходят под воздействием двух сил: 1) сумма которых больше чем сумма погрешностей наблюдаемых оценок (значений). Они всегда исчислимы и можно выразить в виде: $\sum_{i=1}^{n} F_i(x,t),\ \left(n<\infty,\ x\in(x_i,\ x_{i+1}),\ t\in(t_i,\ t_{i+1})\right)$.Она поддаются учету при помощи математических моделирований. 2) Сумма действий которых меньше чем погрешности наблюдений. Они скрыты, участвуют во всех аномальных явлениях. Они непосредственно неуловимы. Их сумма можно представать в виде: $\sum_{j=1}^{\infty} R_j(x,t)$.Для всех динамических систем верно равенство:

$$\min\left(\sum_{i=1}^{n} F_i(x,t)\right)=\max\left(\sum_{j=1}^{\infty} R_j(x,t)\right).$$

Иначе говоря,

$$\sum_{j=1}^{\infty} R_j(x,t)\le O-C<\sum_{i=1}^{n} F_i(x,t)$$

где, $O-$ результат оценок найденной из наблюдений, $C-$ результат полученный из вычислений по формулам математического моделирования.Сумма $\sum_{j=1}^{\infty} R_j(x,t)$ проявляет себя только тогда, когда между ее некоторыми слагаемыми образуется резонансные явления, т.е.

когда их частоты становятся соизмеримыми. Они обычно называются аномальными явлениями природы. Они выражаются в виде хаосов или катастроф.Все наблюдаемые процессы, явления, формирования и развития закономерностей природы является отражением действий этой функции. $R = \sum_{j=1}^{\infty} R_j(x,t)$, является суммой бесконечно малых действий (возмущений). Все аномальные явления, процессы, образования, развития закономерностей катаклизмов есть отражения действий этой суммы. Случается это, когда частоты элементов слагаемых этой суммы становятся соизмеримыми. Под влиянием сил $K(x,t) = \sum_{i=1}^{n} F_i(x,t) + \sum_{j=1}^{\infty} R_j(x,t)$ все тела во Вселенной находятся в состоянии огромного напряжения. Такому воздействую подвергается и характеристические показатели регионов пространства. Это особенно часто наблюдаются в аномальных явлениях природы, как землетрясения, извержения вулканов, цунами и т.д. на примере планеты Земли.

Сравнительный анализ статистических результатов наблюдений малых тел Солнечной системы свидетельствуют, что их орбиты в зависимости от их начальных условий и регионов движениямогут быть разделены на две группы: устойчивые и неустойчивые. Согласно теории об устойчивости движения,устойчивые орбиты при малых возмущениях,сохраняют свои состояния, в то время как неустойчивые орбиты подвергаются диссипации энергии и становятся причиной присоединения с другими объектами, хаосов и катастроф.

Анализ совокупности наблюдаемых статистических закономерностей и фактов свидетельствуют, что пространство ныне существующий Солнечной системы могло бытьзаполнены некоторыми осколками и их семействами. В настоящее время наблюдаемые центральные конфигурации, различные явления и процессы соответствуют действующим закономерностям развития. Математическое моделирование этих процессов является единственным ключом для раскрытия многих истин, выясняющих как прошлое, так и будущее ныне наблюдаемых конфигураций тел, явлений и процессов. Каждая частица Солнечной системы находится в движении под влиянием сумм сил, как самой системы, так и всей Вселенной. Одни из них меняются непрерывно, а другие, являясь, следствием различных хаосов и катастроф носят дискретный характер. Различные тела Солнечной системы обладают различными массами, размерами, местами, температурами, составами,внутренними структурами и внешними формами, и они находятся в различных агрегатных и энергетических состояниях.Наблюдаемое состояние Солнечной системы является следствием закономерностей развития системы осколок и их эволюции за всю время ее существования.

Таким образом, рождение и эволюция динамической системы может быть следствием популяций орбит устойчивых и неустойчивых первичных осколкови их семейств. Каждый осколок обладают своими исходными химическим составами и физическими первичными параметрами. Они определяют их место в пространстве, а также и устойчивость или не устойчивость их орбит. Которые становились фундаментом и строительным материалом образования Солнца и планет. Закономерностями набора масс и внутренними энергетическими процессами управляют силы притяжения и силы ударов бомбардировок. В результате осколки с устойчивыми орбитами со временем становятся массивнее за счет осколок с неустойчивыми орбитами. В Солнечной системе выявлены областей как устойчивых, так и неустойчивых движений и образований, т.е. регионов популяций небесных тел. Вследствие этого и появилась наблюдаемая Солнечная система. Этот процесс продолжается и ныне в виде присоединения и бомбардировок малыми телами и их семействами Солнца и планет, в том числе и Земли.

Асадова Офеля,
доцент, кандидат физико-математических наук
Бакинский государственный университет
aahmad07@rambler.ru

Исследование граничной задачи содержащей в граничных условиях степени комплексного параметра

Рассматривается задача нахождения решения уравнения

$$\sum_{k=0}^{3} a_k \lambda^{2k} y^{(6-2k)}(x,\lambda) = f(x,\lambda) \tag{1}$$

удовлетворяющего граничным условиям

$$l_\upsilon(y) = \sum_{k=0}^{5} \alpha_\upsilon(\lambda) y^{(k)}(0,\lambda) + \beta_{\upsilon k}(\lambda) y^{(k)}(1,\lambda) = \varphi_\upsilon(\lambda), \qquad (\upsilon = \overline{1,6}) \tag{2}$$

где коэффициенты $a_k \ (k = \overline{0,3})$ уравнения являются постоянными числами, а $\alpha_{\upsilon k}(\lambda);\ \beta_{\upsilon k}(\lambda) \ (\upsilon = \overline{1,6};\ k = 0,5)$-многочлены комплексного параметра λ. Кроме того, реальные части корней характеристического уравнения $a_3\upsilon^3 - a_2\upsilon^2 + a_1\beta\upsilon - a_0 = 0$ или отрицательны или равны нулю. Правые части уравнения и граничных условий $f(x,\lambda),\ \varphi_k(\lambda) \quad (k = \overline{1,6})$ являются аналитическими функциями по λ в области

$$R_\delta = \{\lambda : |\lambda| > R,\ \left|\arg\lambda \le \frac{\pi}{4} + \delta\right|\} \qquad \text{при } x \in (0;1).$$

Задача (1),(2) решается методом теории потенциалов. Решение ищется в виде суммы специальных потенциалов, с помощью которых задача (1),(2) сводится к решению системы алгебраических уравнений, относительно неизвестных плотностей этих потенциалов, т.е.

$$y(x,\lambda) = \sum_{k=1}^{6} W_k(x,\lambda)\mu_k(\lambda), \tag{3}$$

где, $W_k(x,\lambda)$ ядра потенциалов, которые строится с помощью фундаментального решения уравнения (1), определяемого формулой:

$$P(x-\xi,\lambda) = \frac{1}{2\lambda^4}\{\frac{1}{(\upsilon_1-\upsilon_2)(\upsilon_1-\upsilon_3)} e^{-\frac{\lambda|x-\xi|}{\sqrt{-\upsilon_1}}} + \frac{1}{(\upsilon_2-\upsilon_1)(\upsilon_2-\upsilon_3)} e^{-\frac{\lambda|x-\xi|}{\sqrt{-\upsilon_2}}} + \frac{1}{(\upsilon_3-\upsilon_1)(\upsilon_3-\upsilon_2)} e^{-\frac{\lambda|x-\xi|}{\sqrt{-\upsilon_3}}}\} \tag{4}$$

и частных решений уравнения (1). А $\mu_k(\lambda) \quad (k = \overline{1,6})$ неизвестные плотности потенциалов.

Подставляя (3) в граничные условия (2), относительно $\mu_k(\lambda) \quad (k = \overline{1,6})$, получим систему алгебраических уравнений:

$$\sum_{k=1}^{3} l_\upsilon(W_k(x,\lambda))\mu_k(\lambda) = \varphi_\upsilon(\lambda) \tag{5}$$

Непосредственной проверкой доказывается, что система уравнений (5) совместима, следовательно, она имеет единственное решение. А это доказывает существование решения задачи (1),(2).

Асланов Гамидулла,
доктор физико-математических наук, профессор
Гусейнов Зафар,
кандидант физико-математических наук, доцент
Институт математики и механики нан азербайджана
Сумгаитский государственный университет
aslanov.50@mail.ru
huseynov_zq@mail.ru

О полноте двойной системы экспонент с комплексными коэффициентами в пространствах Лебега с переменным показателем суммируемости

Рассматривается полнота системы экспонент с общими комплексными коэффициентами в пространствах L_{p_t}. Вопрос полноты приводится к тривиальной разрешимости соответствующей однородной задачи Римана в классах, $H_{q_t}^{+}\times_{-1}H_{q_t}^{-}$ где $q(t)$ сопряженная к $p(t)$ функция.

Рассмотрим следующую системы экспонент

$$\left\{A(t)e^{\mathrm{int}}B(t)e^{-i(n+1)t}\right\}_{n\in z_+}, \tag{1}$$

где $A(t)\equiv|A(t)|e^{i\alpha(t)};\ B(t)\equiv|B(t)|e^{i\beta(t)}$-комплекснозначные на $[-\pi,\pi]$ функции. Будем рассматривать полноту системы (1) в пространстве $L_{p(t)}$. Сопряженное к L_{p_t} пространство изометрически изоморфна пространству $L_{p_t}:\dfrac{1}{p(t)}+\dfrac{1}{q(t)}=1.$ Поэтому полнота системы (1) в пространстве L_{p_t} эквивалента равенству нулю любой функции $f(t)$ из L_{p_t} для которой имеют место соотношения

$$\int_{-\pi}^{\pi}A(t)e^{\mathrm{int}}\,\overline{f(t)}dt=0,\ \int_{-\pi}^{\pi}B(t)e^{-i(n+1)t}\,\overline{f(t)}dt=0,\quad \forall n\in Z_+. \tag{2}$$

Предположим, что выполнено следующее основное условие

$$\underset{[-\pi,\pi]}{ess\sup}\left\{|A(t)|^{\pm1};|B(t)|^{\pm1}\right\}<\infty \tag{3}$$

Имеет место следующая теорема.

Теорема. Пусть $p(t):1<p^{-}<p(t)<p^{+}<\infty$, $p(t)\in WL$ и комплекснозначные коэффициенты $A(t)$ и $B(t)$ удовлетворяют условию (3). Тогда система экспонент (1) полна в пространстве L_{p_t} только в том случае, если задача Римана

$$\begin{cases}F^{+}(\tau)-G(\tau)F^{-}(\tau)=0, & \tau\in\Gamma\\ F^{-}(\infty)=0\end{cases}$$

тривиально разрешима в классах $\left(H^{+}_{q_t} :_{-1} H^{-}_{q_t}\right)$ здесь функции $F^{+}(\tau)$ и $F^{-}(\tau)$ определяются с помощью граничных значений $f^{+}(\tau)$ и $f^{-}(\tau)$ функции $f(t)$ на границе Γ а $G(\tau) \equiv \dfrac{A(\arg \tau)}{B(\arg \tau)}, \quad \tau \in \Gamma.$

Асланов Гамидулла,
доктор-физико математических наук, профессор
Гасанов Фейруз,
кандидат -физико математических наук, доцент
Сулейманов Сеймур,
доктор философии по математике
Агджабединский филиал АГПУ
Институт математики и механики нан азербайджана
Бакинский государственный университет
aslanov.50@mail.ru
feyruz.hasanov@inbox.ru
seymursuleymanov71@mail.ru

Об обобщенном решение задачи Неймана для эллиптических уравнений второго порядка в многомерном слое

Рассмотрим слой $\Pi = \{z / z = (z_1, z_2, ..., z_n, z_{n+1} ... z_{n+k})\}$ где

$x = (x_1, x_2, ..., x_n) = (z_1, z_2, ..., z_n) \in R^n, \quad y = (y_1, y_2, ..., y_k) = (z_{n+1}, ..., z_{n+k}) \in \Omega_{+}\Omega_{-}$ ограниченная область с липшицевой границей $\partial\Omega$ в $R^k, n + k = m$.

В области $\Pi = R^n \times \Omega$ рассмотрим уравнение

$$\sum_{ij=1}^{n+k} \frac{\partial}{\partial z_1}\left(a_{ij}(z)\frac{\partial u}{\partial z_j}\right) = \sum_{i=1}^{n+k} \frac{\partial f_i}{\partial z_i} \tag{1}$$

С краевым условием Неймана на $\partial\Omega$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial \nu}\right|_{\partial\Omega} = \sum_{j=n+1}^{m} f_j(z)\cos(\overline{n}\,\hat{}\,z_j) \tag{2}$$

где ν -направление внешней конормали к $\partial\Omega$.

Уравнение (1) считается эллиптическими, т.е.

$$m|\xi|^2 \le \sum_{ij=1}^{n+k} a_{ij}(z)\xi_i\xi_j \le M|\xi|^2, \quad z \in \Pi, \quad \xi \in R^{n+k}$$

$$0 < m < M, \quad a_{ij}(z)a_{ji}(z)$$

В качестве решение задачи (1),(2) рассматривается обобщенные решения. Обобщенным решением уравнения (1) с краевым условием (2) называется функция $u(z)$ такая, что $u(z) \in W_2^{'}(\Pi_a)$ при любом a, где $\Pi_a = \{z \mid z \in \Pi, |x| < a\}$ и

$$-\sum_{ij=1}^{n+k}\int_{\Pi} a_{ij}(z)\frac{\partial u}{\partial z_1}\cdot\frac{\partial \psi}{\partial z_j}dz = \int_{\Pi} f_0(z)\psi(z)dz - \sum_{i=1}^{n}\int_{\Pi} f_i(z)\frac{\partial \psi}{\partial z_i}dz \tag{3}$$

Каково бы не было $\psi(z), \psi(z) \in W_2^1(\Pi), \psi(z) = 0$ для $|x| > a$ при некотором a.

Функциональным методом, используя неравенство Харди доказывается следующая теорема существования.

Теорема. Если $n>2,\ f_1(z)\in L_2(\Pi), i=1,2,...,n$ и $\int\limits_{\Pi}\left(1+|x|^2\right)f_0^2(z)dz<\infty,$ то существует решение задачи (1),(2) такое, что

$$\int\limits_{\Pi}\frac{u^2(z)}{|x|^2}dz+\int\limits_{\Pi}\left[\sum_{i=1}^{n+k}\left(\frac{\partial u}{\partial z_1}\right)^2\right]dz\le C\int\limits_{\Pi}|x|^2\ f_0^2(z)dz+C\sum_{i=1}^{n}f_1^2(z)dz$$

гдеCот z не зависит.

Асланов Гамидулла,
доктор физико-математических наук, профессор
Эйвазлы Гюнел,
диссертант
Институт Математики и Механики НАН Азербайджана
Сумгаитский Государственный Университет
aslanov.50@mail.ru
riyazianaliz1@gmail.com

Принадлежность резольвенты операторного уравнения высокого порядка на конечном отрезке к классу σ_2

В пространстве $L_2(H;[0,\pi])$рассмотримоператор L, порожденный выражением

$$l(y)=(-1)^n y^{(2n)}+Q(x)y, \tag{1}$$

и граничными условиями

$$\begin{cases} y^{(n)}(0)=y^{(n+1)}(0)=...=y^{(2n-1)}(0)=0 \\ y^{(n)}(\pi)=y^{(n+1)}(\pi)=...=y^{(2n-1)}(\pi)=0. \end{cases} \tag{2}$$

Предполагается, что операторный коэффициент $Q(x)$ удовлетворяет следующим условиям:

1)Операторы $Q(x)$ при каждом $x\in[0,\pi]$ является самосопряженными, органичными снизу операторами т.е. $(Q(x)f,f)>(f,f)$ для всех $x\in D(Q)$.

2) При всех $x\in[0,\pi]\ Q^{-1}(x)$ является вполне непрерывными оператором. Пусть $\alpha_1(x)\le\alpha_2(x)\le...\alpha_n(x)\le...$ собственные значения оператора $Q(x)$ в порядке возрастания, относительно которых предполагается, что они измеримые функции. Ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty}\alpha_k^{\frac{1-4n}{2n}}(x)$ сходится при всех $x\in[0,\pi]$ и его сумма $F(x)\in L_1[0,\pi]$.

3) При $|x-\xi|\le 1\ \left\|[Q(x)-Q(\xi)]Q^{-a}(x)\right\|_H\le A|x-\xi|,\ o<a<\dfrac{2n+1}{2n},\ A>0.$

4) При $|x-\xi|>1\ \left\|Q(\xi)\exp\left(-\dfrac{Jm\varepsilon_1}{2}|x-\xi|Q^{\frac{1}{2n}}(x)\right)\right\|<B,$ где $Jm\varepsilon_1=\min\{Jm\varepsilon_i>0,\varepsilon_i^{2n}=-1\}$

Из условий, наложенных на операторные функции $Q(x)$ следует, что, спектр оператора L является дискретными. Пусть $\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n,...$ являются собственными значениями оператора L в порядке их роста. Так как L неограниченный оператор, по этому при $n \to \infty, \lambda_n \to \infty.$

Доказывается следующая теорема.

Теорема. Если операторный коэффициент $Q(x)$ удовлетворяют условиям (1)-(4), то сходится ряд $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k^2}$, т.е. оператор L является оператором типа Гильберта-Шмидта.

Бандалиев Ровшан,
профессор нана, доктор наук по математике
Алиева Дунья,
магистр
Институт Математики и Механики НАН Азербайджана
aliyeva_dunya8@mail.ru
bandaliyevr@gmail.com

Весовые неравенства для оператора Хаусдорфа в пространстве Лебега

Одна из основных задач гармонического анализа является изучение ограниченности некоторых операторов в различных функционалыных пространствах. В частности, появляется вопрос изучения линейных операторов в конкретных банаховых функционалыных пространствах. Такие задачи появляются из потребности внутренних задач теории операторов или с точки зрения дифференүиальных уравнений . Пример к таким линейным оператором может служить оператор Хаусдорфа. Этот интегральный оператор глубоко укоренен в изучении одномерного анализа Фурье и стал существенной частью современного гармонического анализа. В частности, он тесно связан с суммируемостью классических рядов Фурье.

Пусть функции ϕ из f определены на $(0,\infty)$, лебегово измеримы и принимают вещественные значения. Предложим , что $\phi \in L_1^{loc}(0,\infty)$ и рассмотрим интегральный оператор определенный следущим образом :

$$H_{\phi}(f)(x) = \int_0^{\infty} \frac{\phi\left(\frac{x}{y}\right)}{y} f(y)dy \tag{1}$$

Линейный оператор определенный равенством (1) называется оператором Хаусдорфа .Пусть ω весовая функция определенная на $(0,\infty)$, т.е. $\omega \in L_1^{loc}(0,\infty)$ и $\omega(x) > 0$ п.в. $x > 0$.Через $L_{p,\omega}(0,\infty)$ обозначим весовое пространство Лебега состоящий из лебегово измеримых функции f таких , что

$$\|f\|_{L_{p,\omega}(0,\infty)} = \left(\int_0^{\infty} |f(x)|^p \omega(x)dx\right)^{\frac{1}{p}} < \infty, \ 1 < p < \infty.$$

Теперь приведем основные результаты доклада.

Теорема 1. Пусть $1 < p < \infty$, u и v весовые функции определенные на $(0,\infty)$. Предположим , что $\phi \in L_1^{loc}(0,\infty)$ иявляется неотрицательной функциейудовлетворяющей условию

$$A = \int_0^{\infty} \frac{\phi(y)}{y} y^{\frac{1}{p}} \left(\inf_{x>0} \frac{v(xy)}{u(x)} \right)^{\frac{1}{p}} dy < \infty, \text{ где } \inf_{x>0} \frac{v(xy)}{u(x)} > 0.$$

Пусть оператор H_ϕ ограниченно действует из пространства $L_{p,u}(0,\infty)$ в пространство $L_{p,v}(0,\infty)$. Тогда

$$\|H_\phi\|_{L_{p,u}(0,\infty) \to L_{p,v}(0,\infty)} \ge A.$$

Теорема 2 .Пусть $1 < p < \infty$ *и* v невозрастающая весовая функция определенная на $(0,\infty)$. Предположим , что $\phi \in L_1^{loc}(0,\infty)$ и весовая функция v удовлетворяют следующим условиям:

1) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\phi(y)}{y} y^{\frac{1}{p}} dy < \infty$ и существует положительная постоянная C_1 такая , что $\phi(t) \le \frac{C_1}{t}$ длялюбого $t \ge \frac{1}{2}$;

2) $\sup_{t>0} \left(\int_t^{\infty} \frac{v(x)}{x^p} dx \right)^{\frac{1}{p}} \left(\int_0^t v(x)^{1-p} \, dx \right)^{\frac{1}{p'}} < \infty$.

Тогда оператор H_ϕ ограниченно действует в пространстве $L_{p,v}(0,\infty)$ и существует положительная постоянная C такая , что для любого $f \in L_{p,v}(0,\infty)$ имеет место неравенство

$$\|H_\phi f\|_{L_{p,v}(0,\infty)} \le C \|f\|_{L_{p,v(0,\infty)}}.$$

Публикация выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России (СоглашениеN 02.a03.21.0008) и при финансовой поддержке 1-го Азербайджано – Российского совместного международного конкурса грантов
($Grant\ N\ EIF - BGM - 4 - RFTF - 1/2017 - 21/01/1$).

Гасымов Гусамеддин,
доцент, кандидат физико-математических наук
Сабухи Абдуллаев,
преподаватель
Бакинский государственной университет
sebuhi-bdu@mail.ru
husameddin.qasimov@gmail.com

О функторе связывающим категория алгеброидов Ли с категорией группоидов Ли

Как известно, изучение характеров послужило развитию теории конечных групп и конечномерных представлений. Далее, операция усреднение по группе и сплетающие операторы неприводимых представлений приведшей к известной лемме Шура связали теорию представления конечных групп с теорией конечномерных алгебр. Топологизация этого направления стало изучение представлений компактных групп. Важнымирезультатами в этом направлении являются теоремы Хаара-фон Неймана о существовании инвариантной меры. Особую роль играет теорема Петера-Вейля о полноте системы конечномерных представлений. Эли Картаном и Вейлем было построена теория конечномерных представлений полупростых групп Ли. Далее, с развитием теории бесконечномерных представлений некомпактных групп параллельно строилась теория групп Ли и алгебр Ли. Известная связь полной линейной группой $GL(n)$с алгеброй матриц $M(n)$ является примером связи между группами и алгебрами Ли. На самом деле эту связь можно описать на языке категорий.

Обазначим$GroupLie$ - категорию групп Ли, а через$Algebra\ Lie$- категорию алгебр Ли. Пусть G -группа Ли, $G \in GroupLie$. Пространство $\mathfrak{g} = VectG$гладких векторных полей на группе Ли Gявляется алгеброй Ли относительно опреации

$$[\Delta_1, \Delta_2] = \Delta_1\Delta_2 - \Delta_2\Delta_1$$

(скобка коммутации дифференцирований алгебры $\mathfrak{g}$). Таким образом каждой группе ЛиG сопостовляется алгебра Ли $\mathfrak{g}$. Каждому гомоморфизму $\varphi: G_1 \to G_2$сопоставим производное отображение φ_* которое является гомоморфизмом алгебр Ли.

Тепер построим категории группоидов и алгеброидов Ли.

Пусть M гладкое многообразие. Рассмотрим векторное расслоение $\pi: \mathfrak{g} \to M$ и $\alpha: \mathfrak{g} \to TM$называемыйанкором, где TM касательное многообразие. Если для билинейной скобки

$$[\,,]: \Gamma(\mathfrak{g}) \times \Gamma(\mathfrak{g}) \to \Gamma(\mathfrak{g})$$

выполняется условие

1. $\alpha([x,y]) = [\alpha(x), \alpha(y)]$;
2. $[x, f(y)] = f[x,y] + \alpha(x)(f)y$,

для каждого $x, y \in \Gamma(\mathfrak{g})$ и $f \in C^{\infty}(M)$.

Тогда тройка $\pi: \mathfrak{g} \to M$ называется алгеброидом над базой M. Далее естественным образом определяется морфизмы алгеброидов над базой M. Итак построена категория алгеброидов над базой M. Можно расширит эту конструкцию и построить категорию всехалгеброидов, которую обозначим $\boldsymbol{Algebroid}Lie$.

Понятие группоида является обобшением понятия группы. Например в теории категорий категория в которой все морфизмы являются изоморфизмами является группоидом. В нашем случае рассмотрим два многообразия Ob и Mor как множество объектов и множество морфизмов некоторой новой категории. Далее потребуем, что две операции сопостовляюшие каждому морфизму его начальный и конечный объект

$$\rho: Mor \to Ob \text{и} \quad \sigma: Mor \to Ob$$

являются гладкими. И так, группоид Ли является группоидом построенной категории.

Можно построить категорию всех группоидов, которую обозначим $\boldsymbol{Groupoid}Lie$.

Обобшая идею сопоставления каждой группе Ли его алгебру Ли, мы получим, что каждому групподу Ли соответствует алгеброид Ли. Таким образом мы можем определить функтор

$$\boldsymbol{Algebroid}Lie \to \boldsymbol{Grouppoid}Lie.$$

Кулиев Гамлет,
доктор физико-математических наук, профессор
Гаджиева Рухангиз,
кандидат физико-математических наук
Аскеров Идрак,
доктор философии по математике
Бакинский государственный университет
Ленкоранский государственный университет
fermanogluhamlet@gmail.com
rhaciyeva74@gmail.com
idrakasgerov@gmail.com

Об определении младшего коэффициента гиперболического уравнения второго порядка с нелокальным условием

В работе рассматривается задача определения пары функций $(u(x,t),\mathrm{V}(x))\in W_2^1(Q)\times V$ из следующих соотношений

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\mathrm{V}(x)\frac{\partial u}{\partial x_i}\right)= f(x,t) \text{ в } Q=\Omega\times(0,T), \tag{1}$$

$$u(x,0)=u_0(x),\ \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=u_1(x) \text{ в } \Omega, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\mathrm{V}(x)\frac{\partial u}{\partial x_i}\cos(\nu,x_i)=\int_{\Omega}K(x,y,t)u(y,t)dy \text{ на } S, \tag{3}$$

$$u(x,T)=\chi(x), \tag{4}$$

где $S=\partial\Omega\times(0,T)$ - боковая поверхность цилиндра Q, $f\in L_2(Q)$, $u_0\in W_2^1(\Omega)$, $u_1\in L_2(\Omega)$, $K\in C(\overline{\partial\Omega}\times\overline{Q_T})$, $\chi\in W_2^1(\Omega)$ - заданные функции,

$$V=\left\{\mathrm{V}(x)\in W_2^1(\Omega):\nu_0\le(x)\le\mu_0,\left|\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{x_i}}\right|\le\mu_i,\right.$$

$$\left. i=1,2,...,n \quad \text{почти всюду на} \quad \Omega\right\}, \tag{5}$$

$\nu_0,\mu_0,\mu_1,...,\mu_n$ заданные положительные числа, а ν нормаль к границе Ω.

Функцию $\mathrm{V}(x)$ назовем управлением, а V - классам допустимых управлений.

Эта задача приводится к задаче оптимального управления, т.е. требуется найти функцию $\mathrm{V}(x)$ из V, такую, что она вместе с решением $u(x,t;\mathrm{V})$ задачи (1)-(3) доставляет минимум функционалу

$$I(\mathrm{V})=\int_{\Omega}[u(x,T;\mathrm{V})-\chi(x)]^2\,dx, \tag{6}$$

где $u=u(x,t;\mathrm{V})$ - решение задачи (1)-(3)б соответствующее управлению $\mathrm{V}(x)$.

Отметим, что между задачами (1)-(3),(5),(6) и (1)-(5) существует тесная связь, т.е. если в задаче (1)-(3),(5),(6) $\min I(\mathrm{V})=0$, то дополнительное условие (4) выполняется.

Для допустимого управления $\mathrm{V}(x)$ введем сопряженную задачу:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\mathrm{V}(x)\frac{\partial \psi}{\partial x_i}\right)=\int_{\partial\Omega}K(\xi,x,t)\psi(\xi,t)ds,\ (x,t)\in Q, \tag{7}$$

$$\psi(x,T)=0,\ \frac{\partial\psi(x,T)}{\partial t}=-2[u(x,T;\mathrm{V})-\chi(x)],\ x\in\Omega \tag{8}$$

$$\left.\sum_{i=1}^{n}\mathrm{V}(x)\frac{\partial\psi}{\partial x_i}\cos(\nu,x_i)\right|_S=0\cdot \tag{9}$$

Доказываются следующие теоремы.

Теорема 1. Пусть выполнены выше предполагаемые условия на данные задачи (1)-(3),(5),(6). Тогда функционал (6) непрерывно дифференцируем по Фреше на V и его дифференциал в точке V при приращении $\delta\mathrm{V}\in W_2^1(\Omega)$ определяется выражением

$$\langle J'(\mathrm{V}_0),\delta\mathrm{V}\rangle=\int_Q\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial u}{\partial x_i}\frac{\partial\psi}{\partial x_i}\delta\mathrm{V}dxdt\ .$$

Теорема 2. Пусть выполненные выше предполагаемыеусловия на данные задачи (1)-(3),(5),(6). Тогда для оптимальности управления $\mathsf{V}(x) \in V$ в задаче (1)-(3),(5),(6) необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$\int_Q \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial u_*(x,t)}{\partial x_i} \frac{\partial \psi_*(x,t)}{\partial x_i} (\mathsf{V}(x) - \mathsf{V}_*(x))dxdt \geq 0$$

для любого $\mathsf{V} = \mathsf{V}(x) \in V$,
где

$$u_*(x,t) = u(x,t;\mathsf{V}_*),$$

$$\psi_*(x,t) = \psi(x,t;\mathsf{V}_*)$$

решения задач (1)-(3) и (7)-(9) соответственно при $\mathsf{V} = \mathsf{V}_*(x)$.

Кулиев Гамлет,
профессор, доктор физикоматематических наук
Тагиев Хикмет,
доктор философии по математики
Бакинский государственный университет
tagiyevht@gmail.com
hkuliyev@rambler.ru

Об определении старшего коэффициента волнового уравнения с нелокальным условием

В работе рассматривается задача определения пары функций $(u(x,t), \vartheta(x)) \in W_2^1(Q) \times V$ из следующих соотношений

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u + \vartheta(x)u = f(x,t) \text{ в } Q = \Omega \times (0,T), \tag{1}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = u_1(x), x \in \Omega, \tag{2}$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial \nu}\right|_S = \int_\Omega K(x,y)u(y,t)dy \text{ в } S, \tag{3}$$

$$u(x,T) = g(x), \ x \in \Omega, \tag{4}$$

здесь, $\Omega \in R^n$-ограниченная область с гладкой границей $\partial\Omega$, $S = \partial\Omega \times (0,T)$-боковая поверхность цилиндра Q, ν-внешняя нормаль к границе $\partial\Omega$, $f \in L_2(Q)$, $u_0(x) \in W_2^1(\Omega)$, $u_1(x) \in L_2(\Omega)$, $K(x,y) \in L_\infty(\Omega \times \Omega)$, $g(x) \in W_2^1(\Omega)$-заданная функции.

Задачу (1)-(4) приводим к следующей задаче оптимального управления: найти такую функцию $\vartheta(x)$ из множества

$$V = \left\{ \vartheta(x) \in W_2^1(\Omega) : \nu_0 \leq \vartheta(x) \leq \mu_0, \left|\frac{\partial \vartheta}{\partial x_i}\right| \leq \mu_i, i = 1,2,...,n \quad \textit{почти всюду на } \Omega \right\}, \tag{5}$$

которая доставляет минимум функционалу

$$J(\vartheta)=\frac{1}{2}\int_{\Omega}\left(u(x,T;\vartheta)-g(x)\right)^2 dx \tag{6}$$

при ограничениях (1)-(3), где $u(x,t;\vartheta)$ решение задачи (1)-(3) при $\vartheta=\vartheta(x)$, $\nu_0,\mu_0,\mu_1,...,\mu_n$ заданные числа.

Отметим, что если $\min I(\vartheta)=0$, то дополнительное условие (4) выполняется.

В новой задаче (1)-(3),(5),(6) доказывается что функционал непрерывно дифференцируем по Фреше и выводится необходимое условие оптимальности в виде вариационного неравенства.

Мамедова Назакет,
доктор философии по математике, доцент
Курбанов Фуад,
старший преподаватель
Бакинский государственный университет
fndu@bk.ru
nm9194@hotmail.com

Итерационный метод вычисления собственных значений оператора Лапласа с нечеткими граничными условиями

Рассматривается следующая задача на собственные значения для оператора Лапласа:

$$\begin{aligned} &\Delta u+\lambda u=0 \quad (x,y)\in D \\ &u\big|_{\Gamma}=\theta \end{aligned} \quad . \tag{1}$$

Здесь Γ является границей области D состоящей из объединения прямоугольных областей.

θ является нечетким нулем треугольного вида:

$$\theta=(-h,0,h)$$

где, носителем является отрезок $[-h,h]$

$$\theta(x)=\begin{cases} \dfrac{x+h}{n}, -h\le x\le 0 \\ \dfrac{x-h}{-h},\ 0<x\le h \\ 0,\ x<h,\ x>h \end{cases}$$

Пусть множество чисел $\{\alpha_i\}_{i=1}^n$ разбивает отрезок $[0,1]$ на n частей:

$$0<\alpha_1<\alpha_2<...<\alpha_n<1$$

Будем рассматривать α уровни нечеткого числа θ:

$$\theta^\alpha=\{x\,|\,\theta(x)\ge\alpha\}.$$

Для каждого α_i можем поставить две задачи на собственные значения для оператора Лапласа. Задача (1) рассматривается на внутреннем области D_1,и на внешнем D_2 относительно области D, $D_1\subset D\subset D_2$.

Для решения задач предлагается итерационный метод.

После применения итерационного метода получены два набора приближенных собственных значений оператора Лапласа для каждого α_i уровня:

$$\left\{\overline{\lambda}_m^{\alpha_i}\right\}_{i=1}^n, \left\{\overline{\overline{\lambda}}_m^{\alpha_i}\right\}_{i=1}^n, \text{ где } 1 \le m \le k$$

$\left\{\lambda_m\right\}_{m=1}^k$ приближенные собственные значения задачи вычисленные итерационным методом .

Таким образом,получены множество приближенных нечетких собственных значений задачи (1).

$$\left\{\lambda_m\right\}_{m=1}^k = \bigcup_{i=1}^n \left\{\overline{\lambda}_m^{\alpha_i}, \lambda_m, \overline{\overline{\lambda}}_m^{\alpha_i}\right\}.$$

Мамедов Магомедали,
доктор философии по математике, доцент
Сулейманов Сеймур,
доктор философии по математике
Дадашов Чингиз,
страший преподаватель
inteqral-59@mail.ru
seymursuleymanov71@mail.ru
dadashov.57@mail.ru
Сумгаитский государственный университет
Агджабединский филиал АГПУ
Шамахинский филиал АГПУ

Исследование полноты элементарных решений начально-краевой задачи для параболических уравнений

Рассмотрим начально краевую задачу для параболического уравнения

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} + a(x)\frac{\partial^{2m} u(t,x)}{\partial x^{2m}} + \sum_{k=0}^{2m-1} a_k(x)\frac{\partial^k u(t,x)}{\partial x^k} = 0, \tag{1}$$

$$L_\nu u = \alpha_\nu u^{(m_\nu)}(t,0) + \beta_\nu u^{(m_\nu)}(t,1) + \sum_{p=1}^{N_\nu} \delta_{\nu p} u_x^{(m_\nu)}(t, x_{\nu p}) + T_\nu u(t) = 0, \tag{2}$$

$$\nu = 1 \div 2m$$

$$u(0,x) = \varphi(x) \tag{3}$$

где $x_{\nu p} \in (0,1), m_\nu \le 2m, n$ соответствующую спектральную задачу

$$\lambda u(x) + a(x) u^{(2m)}(x) + \sum_{k=0}^{2m-1} a_k(x) u^{(k)}(x) = 0 \tag{4}$$

$$L_\nu u = 0, \ \nu = 1 \div 2m \tag{5}$$

функция вида

$$u_j(t,x) = e^{\lambda_j t}\left(\frac{t^{k_j}}{k_j!} u_{j0}(x) + \frac{t^{k_j - 1}}{(k_j - 1)!} u_{j1}(x) + \ldots + u_{jk_j}(x)\right) \tag{6}$$

Является элементарным решением задачи (1)-(3) тогда и только тогда, когда система функций $u_{j0j}(x), u_{j1}(x), \ldots, u_{jk_j}(x)$ является цепочкой корневых функций задачи (4),(5), соответствующей собственному значению λ_j.

Имеет место

Теорема. Пусть :

1) $a(x) \neq 0,\ a(x) \in C[0,1],\quad a_k(x) \in L_2[0,1],\quad k = 0 \div 2m-1;$

2) $\left|\arg a(x)\right| < \dfrac{\pi}{2}$, если m четное; $\left|\arg a(x)\right| > \dfrac{\pi}{2}$, если m нечетное;

3)

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_1\omega_1^{m_1} & \dots & \alpha_1\omega_m^{m_1} & \beta_1\omega_{m+1}^{m_1} & \dots & \beta_1\omega_{2m}^{m_1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{2m}\omega_1^{m_{2m}} & \dots & \alpha_{2m}\omega_m^{m_{2m}} & \beta_{2m}\omega_{m+1}^{m_{2m}} & \dots & \beta_{2m}\omega_{2m}^{m_{2m}} \end{vmatrix} \neq 0;$$

где $\omega_1 = 1,\quad \omega_2 = e^{i\frac{\pi}{m}}, \dots, e^{i\frac{\pi}{m}(2m-1)};$

4) При некотором $q \in [1,\infty)$ функционалы T_ν непрерывны в $W_q^{m_\nu}(0,1)$;

5) $\varphi_0 \in W_2^{2m}((0,1)L_\nu u = 0, \nu = 1 \div 2m)$;

Тогда задача (1)-(3) имеет единственное решение

$$u \in C'[(0,T), W_2^{2m}(0,1), L_2(0,1)]$$

и существуют числа C_{jn} такие, что

$$\lim_{n\to\infty}\max_{t\in[0,T]}\left\|u_t^{'}(t,x) - \sum_{j=1}^{n} C_{jn}u_{jt}^{'}(t,x)\right\|_{L_2(0,1)} + \left\|u(t,x) - \sum_{j=1}^{n} C_{jn}u_j(t,x)\right\|_{W_2^{2m}(0,1)} = 0$$

где $u(t,x)$ решение задачи (1)-(3), а $u_j(t,x)$ элементарная решения задачи (1)-(3).

Мамедов Октай,
кандидат физико-математических наук, доцент
Фомина Нина,
кандидат физико-математических наук, доцент
okmamedov@gmail.com
fominan@rambler.ru
Бакинский государственный университет

Коммутаторные тождества, выполнимые в классе всех модулярных многообразий

Напомним, что решётка$\mathbb{L} = (L; +,\cdot)$называется *модулярной*, если для любых $a, b, c \in L$ условие $a \leq c$ влечёт равенство $(a + b) \cdot c = a + b \cdot c$. Например, решётка всех нормальных подгрупп произвольной группы является модулярной решёткой, однако решётка всех эквивалентностей на 4-элементном множестве немодулярна. Нетрудно видеть, что модулярность эквивалентна выполнимости тождества

$$\forall x, y, z(x \cdot z + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z;$$

следовательно, все модулярные решётки образуют многообразие в классе всех алгебр с двумя бинарными операциями.

Конгруэнц-модулярным называется любое многообразие алгебр, в котором все алгебры обладают модулярными решётками конгруэнций. Строение таких многообразий достаточно интенсивно изучаются методами коммутаторной теории, в готовящемся расширенном издании книги Фриза и МакКензи всё это нашло своё отражение. Нашей целью является указание тождеств, справедливых в классе всех модулярных многообразий и в которых участвуют коммутаторы.

Произвольную тройку $a = (a_0, a_1, a_2)$ элементов решётки $\mathbb{L}$ обычно называют треугольником. Пусть a и b - треугольники в $\mathbb{L}$. Рассмотрим такие термы:

$$p_0 := (a_1 + b_1) \cdot (a_2 + b_2), \quad p_2 := (a_0 + b_0) \cdot (a_1 + b_1),$$
$$p := (a_0 + b_0)p_0 = (a_0 + b_0) \cdot (a_1 + b_1) \cdot (a_2 + b_2) = p_2 \cdot (a_2 + b_2),$$
$$c_i := \left(a_j + a_k\right) \cdot (b_j + b_k), \{i, j, k\} = \{0,1,2\}, \text{ и } c := c_2 \cdot (c_0 + c_1).$$

Решётка $\mathbb{L}$ называется *Дезарговой*, если для любых треугольников a и bв$\mathbb{L}$из условия $p_2 \leq a_2 + b_2$ следует $c = c_2$.$\mathbb{L}$ называется *Арговой*, если для любых треугольников a и b в $\mathbb{L}$ выполнено условие (тождество) $p \leq a_0 + b_0 \cdot (b_1 + c)$.

В работе Дея и Пикеринга [2] установлена эквивалентность нижеприводимых условий для любой решётки $\mathbb{L}$:

(a) $\mathbb{L}$ Дезаргова,

(b) $\mathbb{L}$ Аргова,

(c) $p \leq a_0(a_1 + c) + b_0 \cdot (b_1 + c)$,

(d) $p \leq a_0 + b_1 + c$,

(e) $a_0 + p \leq a_0 + b_0 \cdot (b_1 + c)$.

Хорошо известен результат (Фриза и Йонсона), что всякое конгруэнц-модулярное многообразие является конгруэнц-Арговым и, следовательно, всякое конгруэнц-модулярное многообразие конгруэнц-удовлетворяет всем условиям (a)-(e).

Рассмотрим такие коммутаторные тождества:

(1) $[p, p] \leq a_0 + b_0 \cdot (b_1 + [c, c])$,

(2) $[p, p] \leq a_0 \cdot b_0 + a_0 \cdot (a_1 + [c, c]) + b_0 \cdot (b_1 + [c, c])$,

(3) $a_0 + [p, p] \leq a_0 + b_0 \cdot (b_1 + [c, c])$.

Очевидно (1) эквивалентно (3). Так как термы p и c симметричны относительно взаимной замены треугольников a и b, то взаимно справедливо с (1) тождество

(4) $[p, p] \leq b_0 + a_0 \cdot (a_1 + [c, c])$.

Поэтому из (1) (и (4)) получаем

$$[p, p] \leq \left(a_0 + b_0 \cdot (b_1 + [c, c])\right) \cdot \left(b_0 + a_0 \cdot (a_1 + [c, c])\right) = \text{в силу модулярности}$$
$$= a_0 \cdot \left(b_0 + a_0 \cdot (a_1 + [c, c])\right) + b_0 \cdot (b_1 + [c, c]) = \text{в силу модулярности}$$
$$= a_0 \cdot b_0 + a_0 \cdot (a_1 + [c, c]) + b_0 \cdot (b_1 + [c, c]).$$

Это доказывает импликацию (1)→(2); обратная импликация очевидна. Итак тождества (1)-(3) эквивалентны. Из (1) несложно получается и тождество

(5) $[p, p] \leq a_0 + b_1 + [c, c]$

Теперь можно сформулировать основной результат

Теорема. Всякое конгруэнц-модулярное многообразие конгруэнц-удовлетворяет тождествам (1)-(4).

Эквивалентность условий (1)-(3) установлена выше, там же указана верность импликации (1)→(5). Схема доказательства: надо показать, что Арговость влечёт (1). Действительно, навешивая коммутатор на условие Арговости (в силу монотонности коммутатора) получаем

$$[p, p] \leq [a_0 + b_0 \cdot (b_1 + [c, c]), a_0 + b_0 \cdot (b_1 + [c, c])],$$

а в силу аддитивностикоммутатора будем иметь

$$[p, p] \leq [a_0, a_0] + [a_0, b_0 \cdot (b_1 + [c, c])] + [b_0 \cdot (b_1 + [c, c]), b_0 \cdot (b_1 + [c, c])].$$

В свою очередь имеем

$$[p, p] \leq a_0 + [b_0 \cdot (b_1 + [c, c]), b_0 \cdot (b_1 + [c, c])] \leq a_0 + b_0 \cdot \left[b_1 + [c, c]\right].$$

Таким образом получается (1), причём (1) не является следствием модулярности. Напомним, что примеры недезарговых модулярных решёток хорошо известны. Понятно что для конгруэнц-дистрибутивных многообразий наши тождества (1)-(5) сводятся к тождествам Дея-Пикеринга (коммутатор в таком случае есть просто пересечение).

Мамедов Юсиф,
академик НАНА
Масталиев Вагиф,
доцент, кандидат физико-математического наук
Искендерова Ульвия,
преподаватель
Бакинский государственный университет
Азербайджанский государственный педагогический университет

О существования решения смешанной задачи для одного класса уравнения с типовым вырождением

В работе изучено существование и единственность решения смешанной задачи

$$P_1(t)\frac{\partial U}{\partial t}+P_0(t)U=a(x)\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\ ,\ 0<t<T,\ 0<x<1 \tag{1}$$

$$U(0,x)=\varphi(x) \tag{2}$$

$$U(t,0)=U(t,1)=0 \tag{3}$$

где $P_1(t)=p_{11}(t)+ip_{12}(t), P_0(t)=p_{01}(t)+ip_{02}(t)$ комплекснозначные функции, $a(x)>0$.

Известно что уравнение называется параболичным по И.Г.Петровскому в области $D=\{(t,x):0\le t\le T, 0\le x\le 1\}$ пространства t,x если для любой точки $(t,x)\in D$ вещественная часть корня γ характеристического уравнения

$$P_1(t)\gamma+a(x)\sigma^2=0$$

удовлетворяют неравенству

$$\operatorname{Re}\gamma(t,x,\sigma)<0$$

при любом вещественном $\sigma\ne 0$.

Предполагается выполнение условий:

$$1^0.\ \operatorname{Re}\int_0^t\frac{d\tau}{P_1(\tau)}d\tau>0, 0<t<T\ ;$$

$$2^0.\ a(x)>0,\ \ 0<x<1$$

$$3^0.\ \varphi(x)\in C^2[0,1],\ \ \varphi(0)=\varphi(1)=0\,.$$

Заметим, что условие 1^0 позволяет выйти за рамки параболичности (даже корректности) по И.Г.Петровскому уравнения (1).

Спектральная задача , соответствующая (1)-(3) имеет вид:

$$y''-\lambda^2 a(x)y=-\varphi(x), \tag{4}$$

$$y(0)=y(1)=0 \tag{5}$$

В этой работе комплексная λ плоскость разбита на 2 секторы

$$S_i=\{\lambda\setminus(-1)^i\operatorname{Re}\lambda<0\},\ i=1,2$$

в которых получены следующие, на вид обычные, асимптотические формулы для фундаментальной системы частных решений уравнения (4) :

$$\frac{d^j y_k(x,\lambda)}{dx^j}=\left((-1)^{k-1}\cdot\lambda\right)^j\cdot\left[1+\frac{E_{j,k}(x,\lambda)}{\lambda}\right]\cdot e^{(-1)^k\cdot\lambda\cdot\int_0^x\sqrt{a(\eta)}d\eta}$$

$$(\ j=0,1;\ k=1,2;\lambda\in S_i;i=1,2\ )$$

где функции $E_{j,k}(x,\lambda)$ непрерывны и ограничены при $\lambda\in S_i;i=1,2;x\in[0,1]$.

Функция Грина $G(x,\xi,\lambda)$ задачи (4),(5) аналитична всюду на комплексной λ плоскости, за исключением счетного множества значений $\lambda=\lambda_k\,(k=0,\pm1,\pm2,...)$, которые являются ее полюсами и для которых справедливо асимптотическое представление:

$$\lambda_k=\frac{\pi k\sqrt{-1}}{\int_0^1\sqrt{a(\eta)}d\eta}+O\left(\frac{1}{k}\right),\ (|k|\to\infty)$$

Справедлива следующая

Теорема1: Пусть выполнены условия 1^0, 2^0, 3^0. Тогда задача (1)-(3) имеет kлассическое решение $U(t,x)\in C^{1,2}((0,T]\times[0,1])\cap C([0,T]\times[0,1])$и она представляется формулой вида (при $t>0$)

$$u(t,x)=-\sum_{k=1}^{\infty}\underset{\lambda_k}{res}\,e^{\int_0^t\frac{P_0(\tau)-\lambda^2}{P_1(\tau)}d\tau}\cdot\int_0^1 G(x,\xi,\lambda)\varphi(\xi)d\xi\,.$$

Теорема2: Пусть выполнено условие 3^0. Тогда задача (1)-(3) не может иметь более одного классического решения.

Мамедов Юсиф,
академик
Ахмедов Хикмет,
доцент, кандидат физико-математических наук
Институт математики и механики
Национальной академии наук азербайджана,
Бакинский государственный университет
yusifmamedov@icloud.com
hikmatahmadov@yahoo.com

Об одной смешанной задаче для уравнения теплопроводности при нетрадиционных граничных условиях

В предлогаемой работе рассматривается смешанная задача вида

$$u_t=a^2u_{xk}\qquad (0<x<1,t>0),\tag{1}$$

$$u(x,0)=\varphi(x)\qquad (0\le x\le1),\tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned}l_1u\equiv u(0,t+\omega)+\alpha u(1,t)=0\\ l_2u\equiv u(0,t)+\beta u(1,t+\omega)=0\end{aligned}\right\}\qquad (t>0),\tag{3}$$

$$\left.\begin{aligned}l_3u\equiv \alpha_1u_x(0,t)+\beta_1u_x(1,t)=0,\\ l_4u\equiv \alpha_2u(0,t)+\beta_2u(1,t)=0,\end{aligned}\right\}\qquad (0<t\le\omega),\tag{4}$$

где $u=u(x,t)$ искомая, $\varphi(x)$ известная функция, $\alpha,\beta,\alpha_1,\beta_1,\alpha_2,\beta_2$ действительные числа. Комбинированием вычетного метода и метода контурного интеграла М.Л.Расулова доказывается следующая.

Теорема. Пусть выполняются условия $\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1\ne0,\ \varphi(x)\in C^2[0,1],\ l_j\varphi=0,\ (j=3,4)$.Тогда задача (1)-(4) имеем единственное классическое решение и оно представляется формулой

$$u(x,t)=\varphi(x)-\frac{1}{\pi i}\int_S\lambda^{-1}e^{\lambda^2t}Q(x,\lambda,\varphi(0),\varphi(1))d\lambda+\frac{a^2}{\pi i}\int_S\lambda^{-1}e^{\lambda^2t}\int_0^1 G(x,\xi,\lambda)\cdot\varphi''(\xi)d\xi d\lambda+$$
$$+\frac{1}{\pi i}\int_l\lambda e^{\lambda^2t}Q(x,\lambda,z_0(\lambda),z_1(\lambda))d\lambda,\tag{5}$$

где

$$S=\left\{\lambda:\lambda=\sigma\exp\left(-\frac{3\pi}{8}i\right),\sigma\in\left[2c\sqrt{1+\sqrt{2}},\infty\right)\right\}\cup$$

$$\cup\left\{\lambda:\lambda=c(1+i\eta),\ \eta\in\left[-1-\sqrt{2},1+\sqrt{2}\right]\right\}U\left\{\lambda:\lambda=\sigma\exp\left(\frac{3\pi}{8}i\right),\sigma\in\left[2c\sqrt{1+\sqrt{2}},\infty\right)\right\},$$

$$l=\{\lambda:\operatorname{Re}\lambda^2=C,\operatorname{Re}\lambda>0\}$$

$$c>\max\left(0,\ln\left|\frac{\alpha}{\beta}\right|\right)$$

$$Q(x,\lambda,p,q)=\left[e^{\frac{\lambda}{a}}-e^{-\frac{\lambda}{a}}\right]^{-1}\left[e^{\frac{\lambda}{a}x}(q(\lambda)-p(\lambda))e^{-\frac{\lambda}{a}}+e^{-\frac{\lambda}{a}x}\left(p(\lambda)e^{\frac{\lambda}{a}}-q(\lambda)\right)\right],$$

$$p(\lambda)=\frac{1}{\beta\ e^{\lambda^2\omega}-\alpha}e^{\lambda^2\omega}\left[e^{\lambda^2\omega}\int_0^\omega e^{-\lambda^2t}u(0,t)dt-\int_0^\omega e^{-\lambda^2t}u(1,t)dt\right],$$

$$q(\lambda)=\frac{1}{\beta e^{2\lambda^2\omega}-\alpha}e^{\lambda^2\omega}\left[\beta e^{\lambda^2\omega}\int_0^\omega e^{-\lambda^2t}u(1,t)dt-\int_0^\omega e^{-\lambda^2t}u(0,t)dt\right],,$$

$G(x,\xi,\lambda)$- функция Грина спектральной задачи соответствующей задаче (1)-(4).

Отметим, что смешанная задача с отклонением аргумента в граничных условиях рассмотрена также в Ю.А. Мамедова "Математическая постановка и решение одной задачи теплопроводности, при частично детерминированном граничном режиме."

Масталиев Рашад,
доктор философии по математике, доцент
Институт систем управления НАН Азербайджана
mastaliev_r@mail.ru

Необходимые условия оптимальности для процессов, описываемых стохастической системой гиперболического типа

Пусть (Ω,F,P) —некоторое вероятностное пространство с выделеннымна нем неубывающий поток σ —алгебр $\{F_{tx},(t,x)\in D=[t_0,t_1]\times[x_0,x_1]\}$; $F_{tx}=\sigma(W_{\tau s},\tau\le t_0\le t,s\le x_0\le x)$, а $W(t,x)-n$ —мерный стандартный двухпараметрический винеровский процесс. $\Re(D)-$ пространство измеримых по (t,x,ω) и$F_{tx}-$ согласованных процессов $z:D\times\Omega\to R^n$, таких что

$$E\int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1}\|z(t,x)\|^2<+\infty,$$

E —знак математического ожидания.

Математическая постановка задачи выглядит следующим образом:

$$S(u)=E\{\varphi(z(T_1,X_1),z(T_2,X_2),\dots,z(T_k,X_k))\}\ \to min \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 z(t,x)}{\partial t\partial x}=f(t,x,z,z_t,z_x,u)+g(t,x,z)\frac{\partial^2 W(t,x)}{\partial t\partial x},(t,x)\in D, \tag{2}$$

$$z(t_0,x)=a(x),x\in[x_0,x_1],$$
$$z(t,x_0)=b(t),t\in[t_0,t_1], \tag{3}$$
$$a(x_0)=b(t_0).$$

Здесь $f(t,x,p,u)-$ заданная $n-$мерная вектор функция, непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по (p,u) до второго порядка включительно где $p=(z,z_t,z_x)'$; $g(t,x,z)-$ заданная $n-$мерная вектор функция, непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по z до второго порядка включительно; краевые $n-$ мерные вектор функции $a(x),b(t)-$заданные на $[x_0,x_1]$ и $[t_0,t_1]$соответственно, удовлетворяют условию Липшица; $\frac{\partial^2 W(t,x)}{\partial t \partial x}-n-$мерный двухпараметрический независимый «белый шум» на плоскости[1-3].

Под допустимыми управлениями будем понимать измеримые функции $u(t,x)$, стесненные ограничениями типа включения

$$u(t,x)\in U,(t,x)\in D, \tag{4}$$

где U −заданное непустое, ограниченное и открытое множество изR^r.

Предполагается, что каждому допустимому управлению $u(t,x)$соответствует с вероятностью 1 единственное абсолютно непрерывное решение $z(t,x)$

Здесь $\varphi(a_1,a_2,\dots,a_k)$ −заданная, непрерывно-дифференцируемая скалярная функция, а

$$(T_i,X_i), i=\overline{1,k}(t_0<T_1<T_2<\cdots<T_k\le t_1; x_0<X_1<X_2<\cdots<X_k\le x_1)-$$

заданные точки.

В работе метод исследования основан на использовании стохастического аналога метода, предложенного и развитого в работах К.Б. Мансимова, установлены необходимые условия оптимальности первого и второго порядков.

Мегралиев Яшар,
доктор математических наук
Гейдарзаде Наргиз,
докторант
Бакинский государственный университет
yashar_aze@mail.ru
nergizheyderzade@mail.ru

Обратная краевая задача для эллиптического уравнения второго порядка с интегральным условием второго рода

Обратные задачи представляют собой активно развивающийся раздел современной математики. Обратные задачи для эллиптического уравнения исследовались во многих работах .

В предлагаемой статье исследуется обратная краевая задача для эллиптического уравнения второго порядка с интегральным условием второго рода.

Рассмотрим уравнение

$$u_{tt}(x,t)+u_{xx}(x,t)=a(t)u(x,t)+b(t)g(x,t)+f(x,t) \tag{1}$$

и поставим для него в области $D_T=\{(x,t):0\le x\le 1, 0\le t\le T\}$ обратную краевую задачу с условиями:

$$u(x,0)=\varphi(x),\quad u_t(x,T)=\psi(x)\quad (0\le x\le 1), \tag{2}$$

$$u_x(0,t)=0\,(0\le t\le T), \tag{3}$$

интегральным условием второго рода

$$bu(1,t)+\int_0^1 u(x,t)dx=0\quad (0\le t\le T), \tag{4}$$

и с дополнительным и условиеми.

$$u(x_i,t)=h_i(t)\ (0\le t\le T) \quad (5)$$

где $x_i\in[0,1)\ (i=1,2)$ b-заданные число, $f(x,t), g(x,t), \varphi(x), \psi(x), h_i(t)\ (i=1,2)$-заданные функции, а $u(x,t)$ и $a(t)$ - искомые функции.

Определение. Тройку $\{u(x,t), a(t), b(t)\}$ функций $u(x,t)\in C^2(D_T)$, $a(t)\in C[0,T]$ и $b(t)\in C[0,T]$ удовлетворяющих уравнению (1) в D_T, условию (2) в $[0,1]$ и условиям (3)-(5) в $[0,T]$, назовём классическим решением обратной краевой задачи (1)-(5).

В работе исследована одна обратная краевая задача для эллиптического уравнения второго порядка с интегральным условием второго рода. С помощью метода Фурье задача сводится к решению системы интегральных уравнений, а также используя метод сжатых отображений доказываются существование и единственность решения системы интегральных уравнений. Доказываются существование и единственность классического решения исходной задачи.

Мехтиев Магомед,
академик
Фатуллаева Лаура,
профессор, доктор наук по механике
Фомина Нина,
кандидат физико-математических наук
mehtiev_magomed@mail.ru
laura_fat@rambler.ru
fomina1109@mail.ru
Бакинский государственный университет

Математическая оценка вариационного принципа смешанного типа для деформируемых сред

Множество элементарных задач механики сплошной среды решаются методами векторной механики и не требуют применения аналитических методов. Однако во всех более сложных задачах становится заметным превосходство вариационных методов.

Рассмотрим в трехмерном Эвклидовом пространстве тело и предположим, что под действием нагрузок в нем возникает мгновенная упруго – пластическая деформация ε_{ij}^{M} и деформация ползучести p_{ij}, так, что полная деформация ε_{ij}^{Φ} имеет вид

$$\varepsilon_{ij}^{\Phi}=\varepsilon_{ij}^{M}+\dot{p}_{ij},$$

или в скоростях

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\Phi}=\dot{\varepsilon}_{ij}^{M}+\dot{p}_{ij}. \quad (1)$$

Далее точка над символами означает дифференцирование по физическому времени t.

При этом мгновенная деформация подчиняется уравнениям типа теории течения. Физический закон для такой среды запишем в форме [1]

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{M}=H_{ijkl}\dot{\sigma}^{kl}, \quad (2)$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}^{M}$ - ковариантный тензор скоростей деформаций, $\dot{\sigma}^{kl}$ - контравариантный тензор скоростей напряжений, а точка означает дифференцирование по времени t. Причем механические характеристики $H_{ijkl} = H_{klij}$ не зависят от скоростей деформаций и напряжений. Условимся считать, что деформация ползучести описывается соотношениями нелинейной теории вязко-упругости. Тогда, с учетом анизотропии, имеем [2]

$$p_{ij} = \int_0^t F_{ij}'\left[t-\tau, \sigma^{kl}(\tau)\right] d\tau \qquad (i, j = 1, 2, 3). \tag{3}$$

Здесь F_{ij} - функция ползучести, а штрих означает частное дифференцирование по параметру $t-\tau$,

$$F_{ij}'\left[t-\tau, \sigma^{kl}(\tau)\right] = \frac{\partial}{\partial(t-\tau)} F_{ij}\left[t-\tau, \sigma^{kl}(\tau)\right] = -\frac{\partial}{\partial\tau} F_{ij}\left[t-\tau, \sigma^{kl}(\tau)\right].$$

Отметим, что соотношение (3) является достаточно хорошей аппроксимацией уравнения состояния для широкого класса материалов (металлы и их сплавы, композиты и полимеры), свойства которых невозможно описать в рамках классических моделей теории упругости, пластичности и вязкой жидкости.

Теперь, в силу высказанных предположений, более определенно отметим сущность предложенных вариационных методов. Центральным местом теории нелинейной вязко-упругости является вопрос о выборе конкретного вида функций F_{ij}, используемых в качестве ядер интегральных определяющих уравнений наследственного типа (3). Обычно при выборе ядер следует руководствоваться следующими соображениями: с одной стороны получить наилучшее согласование с экспериментом, а с другой стороны – обеспечить удобство применения математического аппарата при решении конкретных задач. Данный принцип допускает использование таких ядер, производные которых по $t-\tau$ не обладают сингулярностью при $t-\tau=0$.

Характерной особенностью построенных функционалов является то, что они выписаны в скоростях [3]. Если построить аналогичные функционалы типа Рейснера, то применение численных методов, например метода Ритца, приводит к решению системы нелинейных алгебраических уравнений или системы трансцендентных уравнений, реализация которых на компьютере весьма затруднительна. Применение же аналогичного приближенного метода в данной постановке приводит к решению системы квазилинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями (задача Коши), численная реализация которой значительно проще.

Рамазанов Али,
кандидат физико-математических наук, доцент
Бакинский государственный университет
ram-bsu@mail.ru

Устойчивости градиентного алгоритма в одной задаче дискретной оптимизации

В работе показано, что при возмущении кривизны допустимой области в задачах выпуклой дискретной оптимизации в терминах гарантированных оценок градиентный алгоритм устойчив.

Пусть $Z^n{}_+(R^n{}_+)$ − множество n − мерных неотрицательных целочисленных (действительных) векторов, $P \subseteq Z^n{}_+$ − порядково-выпуклое множество $[1]$.

Рассматривается следующая задача А выпуклой дискретной оптимизации: найти

$$\max\left\{ \; f(x) \,|\, x = (x_1,...., x_n) \in P \subseteq Z^n{}_P \; \right\},$$

где $f(x) \in \Re_p(Z^n{}_+)$ − неубывающая функция, $\Re_p(Z^n{}_+)$ − класс p-координатных выпуклых функций[2] .

Через $\theta(P)$ обозначимкривизные множества $P\,[1]$. Градиентный алгоритм называем устойчивым, если гарантированные оценки возмущенной задачи не ухудшаются.

Теорема. В задаче А градиентный алгоритм устойчив при "малых" возмущениях кривизны множества P.

Замечание. Настоящая работа развивает ранее полученные результаты.

Салимов Матлаб,
доктор философии по математике, доцент
Салимова Аферим,
ассистент
matlab.salimov@yandex.ru
aferims@mail.ru
Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности

Об одной нелокальная краевая задача для параболического уравнения с периодическими и интегральным условиями

Нелокальными краевыми задачами принято называть задачи, в которых вместо задания значений решения или его производных на фиксированной части границы задается связь этих значений со значениями тех же функций на иных внутренних или граничных многообразиях. Теория нелокальных краевых задач важна и сама по себе как раздел общей теории краевых задач для уравнений с частными производными, важна она и как раздел математики, имеющий многочисленные приложения в механике, физике, биологии и других естественнонаучных дисциплинах. Впервые систематическое исследование нелокальных начально-краевых задач было проведено в A. V. Bitsadze, A. A. Samarskii, “Some elementary generalizations of linear elliptic boundary value problems”.

В прямоугольнике $Q_T = \{(x,t):\ 0 \le x \le 1,\ \ 0 \le t \le T\}$ рассмотрим следующую нелокальную краевую задачу: найти

функцию $u(x,t) \in C^{(4,1)}(Q_T)$ удовлетворяющую в Q_T уравнению

$$a_1(t)u_t(x,t) + a_2(t)u_{xxxx}(x,t) + a(x,t)u(x,t) = f(x,t) \tag{1}$$

нелокальным начальным условиям

$$u(x,0) + \delta u(x,T) = \varphi(x) \quad (0 \le x \le 1) \tag{2}$$

периодическими условиями

$$u(0,t) = u(1,t), u_x(0,t) = u_x(1,t),$$

$$u_{xx}(0,t)=u_{xx}(1,t) \ \ (0\le t\le T)\,, \tag{3}$$

и интегральным условиям

$$\int_0^1 u(x,t)dx=0 \ \ (0\le t\le T) \tag{4}$$

где $\delta\ge 0$-заданное число, $a_1(t)$, $a_2(t)$, $a(x,t)$-заданные функции.

Целью данной работы является доказательство существования и единственности решений краевой задачи (1)-(4). При решении исходной краевой задачи осуществляется переход от исходной задачи к некоторой вспомогательной задаче. Доказывается разрешимость вспомогательной задачи. Затем вновь производится переход к исходной задаче. В результате делается вывод о разрешимости исходной краевой задачи.

Сулейманов Надир,
доктор наук по математике, профессор
Фараджли Дунья,
диссертант
Институт математики и механики нан азербайджана
dunya.farajli@mail.ru

Об оценках типа Вимана-Валиронадля эволюционных уравнений

Рассматривается эволюционное уравнение вида

$$u'+A(t)=0 \tag{1}$$

в гильбертовом пространстве H, где $A(t)$- самосопряженный оператор с дискретным спектром. Пусть $N(\lambda)=\sum_{\lambda_k\le\lambda}1$, при $\lambda\to\infty$ выполняются условия типа

1) $N(\lambda)\le c\lambda^{s+1},\ c=const,\ s\ge -1$
2) При $0<\delta<\lambda,\ \lambda\to\infty$ выполняется условие вида
$$N(\lambda+\delta)-N(\lambda-\delta)\le c\delta(1+\lambda^{\nu})\lambda^{s},\ 0<\nu<1.$$

Пусть $\varphi(y)>0,\ y>0$-неубывающая функция такая, что

$$\int^{\infty}\left(\int^{y}\varphi(t)dt\right)^{-\frac{1}{2}}dy<+\infty,$$

Обозначим

$$\mu(t)=\max_k\left|\left(u(t),\ \varphi_k(t)\right)\right|,\ g(t)=\frac{1}{2}\log\left(u(t),u(t)\right),$$

где $\{\varphi_k(t)\}$-ортонормированная система собственных функций $A(t)$.

Справедлива следующая

Теорема. Для решения $u(t)$ уравнения (1), такого, что $\|u(t)\| \to \infty,\ t \to +0$, вне, возможно, некоторого множества конечной логарифмической меры справед-лива следующая оценка типа Вимана-Валирона:

$$\|u(t)\| \le \mu(t) t^{-\alpha} \sqrt{\varphi\left(t^{-\beta} g(t)\right)},\ \ \alpha, \beta > 0.$$

В частности, при $\varphi(t) = t^k$ получим оценку вида

$$\|u(t)\| \le \tilde{\mu}(t)\left(\log \tilde{\mu}(t)\right)^{\frac{1}{2}+\varepsilon},\ \varepsilon < 0,$$

где $\tilde{\mu}(t) = \mu(t) t^{-\gamma}$, $\gamma > 0$.

Сулейманов Низами,
доктор математических наук, доцент
Агамалыев Рауф,
доктор философии по технический наук, доцент
Мехтиев Гиджран,
доктор философии по технический наук, старший преподаватель
Гаджыев Рамзи,
старший преподаватель
Бакинский государственный университет
r.agamalıyev@yandex.ru
suleymanov.nizami1953@gmail.com

Об одном приближенном методе задач типа Стеклова

Данная работа посвящена изучению задач типа Стеклова с нелокальными граничными условиями, где параметр входит лишь в граничное условие.

Рассмотрим следующую задачу

$$\Delta u = 0 \ \text{в}\ D\ , \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{\Gamma} = \lambda u \tag{2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{S} = 0 \tag{3}$$

Из теории вариационного метода следует, что задаче (1)-(3) эквивалентна вариационная задача на минимум для функционала

$$F(u) = \frac{\int\limits_{D} \frac{\partial u}{\partial n} u ds}{\int\limits_{\Gamma} u^2 ds} \tag{4}$$

на классе гармонических в области D функций, удовлетворяющих условию ортогональности

$$\int\limits_{\Gamma} u ds = 0$$

Предложенный ранее алгоритмы построение решения задачи (4) основан на предварительном построении системы координатных функций, удовлетворяющих краевому условию задачи на S. Оказывается, можно построить и решения уравнения Лапласа, удовлетворяющие краевому условию на свободной поверхности Γ.

Приближенное решение ищем в виде

$$\psi = \sum_{k=1}^{N} a_k \Psi_k$$

$$\sum_{j=1}^{N} \left(\alpha_{ij}(\mu) - \lambda(\mu)\beta_{ij}\right) a_{ij} = 0 \qquad (5)$$

где

$$\alpha_{ij}(\mu) = \alpha_{ij}^{(1)} + 2\mu\alpha_{ij}^{(2)} + \mu^2\alpha_{ij}^{(3)}$$

$\alpha_{ij}^{(1)}, \alpha_{ij}^{(2)}, \alpha_{ij}^{(3)}$ - вычисляются с помощью формулы приближенного интегрирования Гаусса и прямоугольника при достаточном числе узловых точек. Вычисления функции и их производные определялись по рекуррентным формулам.

Систему (5) можно написать в виде

$\left(A_1 + 2\mu A_2 + \mu^2 A_3 - \lambda B\right)x = 0$

где A_1, A_2, A_3 и B - матрицы коэффициентов $\alpha_{ij}^{(1)}, \alpha_{ij}^{(2)}, \alpha_{ij}^{(3)}$ и β_{ij}; μ - заданный параметр, а λ -искомый, x - вектор столбца коэффициентов a_j.

С помощью изложенной модификации вариационного метода можно строить приближенное решение, весьма близкое к точному.

Создан пакет прикладных программ для вычисления собственных значений и собственной функции.

Тагиев Мисир,
кандидат физико-математических наук, доцент
tagiyev.misir@gmail.com
Бакинский государственный университет

Нелинейные волны в двухфазных системах

Теория распространения ударных радиоволн в нелинейных линиях и электромагнитных волн в нелинейных средах в отсутствии дисперсии берет свое начало с работ [Гапанов А.В., Фрейдман Г.И. К теории ударных электромагнитных волн в нелинейных средах; Landaur R.Parametric amplification along nonlinear transmission lines]. В [Энгельбрехт Ю.К., Нигул У.К. Нелинейные волны деформации] проанализировано влияние затухания на эволюцию фронта ударной волны, а в [Гапанов А.В., Фрейдман Г.И. К теории ударных электромагнитных волн в нелинейных средах; Landaur R.Parametric amplification along nonlinear transmission lines] показано существования ударных волн в затухающих средах.

До сих пор не полностью построены адекватные математические модели и не дана физическая интерпретация для процессов передачи слабых шумов (слабые волны напряжений, прошедших через слои земли, имеющие частоты – 10 Гц) на дальние расстояния [Landaur R.Parametric amplification along nonlinear transmission lines]. Несмотря на то, что в различных областях науки нелинейные волновые уравнения описывают конкретные физические процессы, отличающиеся по своей специфике, следует отметить, что решения этих уравнений с математической точки зрения являются идентичными.

Переходя к исследованию распространения динамических волн в двухфазных (жидкость-твердые частицы) средах, примем, что осредненное напряжение в них обусловлено напряжением несущей фазы, а твердая фаза состоит из одной или нескольких масс, которая моделируется упругими и вязкими элементами [Landaur R.Parametric amplification along nonlinear transmission lines]. Кроме инерционной силы, на осциллирующую частицу действует несущая фаза как внешняя нагрузка. Если в средах взаимные контакты твердых частиц отсутствуют, то передачи импульса между ними происходят за счет только жидкой фазы.

Система уравнений, описывающая одномерную динамику дисперсных двухфазных сред включает в себя балансы масс и импульса каждой фазы

$$\frac{\partial(\alpha_i \rho_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_i \rho_i \vartheta_i)}{\partial x} = 0, \qquad \alpha_1 + \alpha_2 = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\alpha_i \rho_i \vartheta_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_i \rho_i \vartheta_i \vartheta_i)}{\partial x} = \alpha_i \frac{\partial \sigma}{\partial x} - (-1)^i R_{12}, \tag{2}$$

где $\alpha_i, \rho_i, \vartheta_i, \sigma -$ соответственно объемная концентрация, истинная плотность, скорость и напряжение фаз; индекс $i = 1$ соответствует твердой фазе, $i = 2$ -не-
сущей фазе; Силу межфазного сопротивления можно задавать в виде

$$R_{12} = K(\vartheta_2 - \vartheta_1) + K \cdot r(\vartheta_2 - \vartheta_1)\left|\vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}_1\right| \tag{3}$$

Дифференциальные зависимости деформации e_1 твердой частицы от напряжения σ с учетом сил инерции примем в виде [Landaur R.Parametric amplification along nonlinear transmission lines].

$$\left(b_0 + \sum_{l=1}^{m} b_l \frac{D^l}{Dt^l}\right)\sigma = \left(a_0 + \sum_{l=1}^{n} a_l \frac{D^l}{Dt^l}\right)e_1. \tag{4}$$

где $b_0, b_1, \ldots b_m$; $a_0, a_1, \ldots a_n$ -постоянные коэффициенты, которые определяются из конкретных упруго-вязких моделей.

Продельная деформация e_1 и скорость твердой частицы ϑ_1 связаны между собой соотношением

$$\frac{De_1}{Dt} = \frac{\partial e_1}{\partial t} + \vartheta_1 \frac{\partial e_1}{\partial x} = \frac{\partial \vartheta_1}{\partial x}. \tag{5}$$

Система уравнений (1)-(5) замыкается уравнением состояния жидкой фазы

$$\rho_2 = \rho_2(\sigma). \tag{6}$$

Процесс, описываемый уравнениями (1)-(6) соответствует изотерми-ческому взаимопроникающему движению сплошных сред.

Решая систему уравнений (1)-(6) выводится нелинейное уравнение эволюции, описывающее процессы распространения нелинейных волн в двухфазных континуумах. При этом, переходя в подвижную систему координат, с изменением масштаба времени и пространства исследуется эволюция волны от источника возмущения. В первом приближении получено дисперсионное уравнение для скорости стационарно бегущих линейных волн, во втором приближении-нелинейное уравнение эволюции, мера эффект нелинейности которого сильно зависит от скорости дисперсии волн, диссипации энергии, реологии твердых частиц и силы межфазного взаимодействия.

Тагиев Рафик,
доктор математических наук
Магеррамли Шахла,
диссертант,

Бакинских государственный университет
r.tagiyev@list.ru

О разрешимости краевой задачи с интегральным граничным условием для многомерного параболического уравнения

Пусть Ω ограниченная область в E_n, S-гладкая граница Ω, $S = S' \cup S''$, $Q_T = \Omega \times (0, T)$, $S_T' = S' \times (0, T)$, $S_T'' = S'' \times (0, T)$.

Рассмотрим в области Q_T параболическое уравнение

$$u_t - \sum_{i=1}^{n} \left(k_i(x,t) u_{x_i}\right)_{x_i} + q(x,t)u = f(x,t),\ (x,t) \in Q_T. \tag{1}$$

Пусть требуется найти в области Q_T решение уравнение (1), удовлетворяющее начальному условию

$$u(x, 0) = \varphi(x),\ x \in \Omega, \tag{2}$$

граничному условию

$$u\big|_{S_T'} = 0 \tag{3}$$

и нелокальному условию

$$\left.\frac{\partial u}{\partial N}\right|_{S_T''} = \int_{\Omega} H(x,y,t) u(y,t) dy \big|_{S_T''}.$$

Здесь $k_i(x,t)$ $\left(i = \overline{1,n}\right)$, $q(x,t)$, $f(x,t)$, $H(x,y,t)$-заданные функции, удовлетворяющие условиям $0 < \nu_i \le k_i(x,t) \le \mu_i$, $\left(i = \overline{1,n}\right)$, $0 \le q_0 \le q(x,t) \le q_1$ *п.в.на* Q_T, $|H(x,y,t)| \le \mu$ *п. в. на* $S_T'' = \Omega \times (0,T)$, $f(x,t) \in L_2(Q_T)$, $\varphi(x) \in L_2(0,\ell)$, где ν_i, $\mu_i > 0$ $\left(i = \overline{1,n}\right)$, $q_0 \ge 0$, q_1, $\mu > 0$-заданные числа.

В данной работе доказана существование единственного обобщенного решения задачи (1)-(4) в пространстве $V_2^{1,0}(Q_T)$ и получено энергетическое неравенство для решения.

Фатуллаева Лаура,
профессор, доктор наук по механике
Мамедова Назакет,
доктор философии по математике
Вагифли Жале,
магистрант
Бакинский государственный университет
Азербайджанский государственный экономический университет
laura_fat@rambler.ru
laura_azpar@rambler.ru
jale_vaqifli@mail.ru

Особенности применения адаптивных алгоритмов в численных методах интегрирования

Один из достаточно сложных, но весьма важных этапов решения любой практической задачи связан с проблемой выбора алгоритма из нескольких известных. Очень часто скорость вычислений и точность решения задачи зависят от управляющих параметров алгоритма, задаваемых пользователем. Однако способ выбора оптимальных значений этих параметров, которые соответствовали бы индивидуальным особенностям решаемой задачи, бывает трудно формализовать или он вообще неизвестен. Поэтому особую ценность представляют алгоритмы, обладающие свойствами адаптивности, то есть умеющие учитывать индивидуальные характеристики конкретной задачи из области определения данного алгоритма.Из анализа погрешностей методов численного интегрирования следует, что точность полученных результатов зависит как от характера изменения подынтегральной функции, так и от шага интегрирования. При этом ясно, что для достижения сравнимой точности при интегрировании слабо меняющейся функции шаг можно выбирать большим, чем при интегрировании резко меняющихся функций.

На практике нередко встречаются случаи, когда подынтегральная функция меняется по-разному на отдельных участках отрезка интегрирования. Это обстоятельство требует такой организации экономичных численных, так называемых адаптивных алгоритмов, при которой они автоматически приспосабливались бы к характеру изменения функции. Адаптивные алгоритмы позволяют вводить разные значения шага интегрирования на отдельных участках отрезка интегрирования. Это дает возможность уменьшить машинное время без потери точности результатов расчета.

Рассмотрим принцип работы адаптивного алгоритма.Первоначально отрезок $[a,b]$ разбиваем на n частей. В дальнейшем каждый такой элементарный отрезок делим последовательно пополам. Окончательное число шагов, их расположение и размеры зависят от подынтегральной функции и допустимой погрешности ε.К каждому элементарному отрезку $[x_{i-1}, x_i]$ применяем формулы численного интегрирования при двух различных его разбиениях. Получаем приближения $I_i^{(1)}, I_i^{(2)}$ для интеграла по этому отрезку:

$$I_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)dx. \tag{1}$$

Полученные значения сравниваем и проводим оценку их погрешности. Если погрешность находится в допустимых границах, то одно из этих приближений принимается за значение интеграла по этому элементарному отрезку. В противном случае происходит дальнейшее деление отрезка и вычисление новых приближений. С целью экономии машинного времени точки деления располагаются таким образом, чтобы использовались вычисленные значения функции в точках предыдущего разбиения.

Для анализа поставленной задачи конкретизируем метод численного интегрирования. При вычислении интеграла (1) по формуле Симпсона отрезок $[x_{i-1}, x_i]$ сначала разбиваем на две части с шагом $h_i/2$ и вычисляем значение $I_i^{(1)}$. Потом вычисляем $I_i^{(2)}$ с шагом $h_i/4$. Тогда получим выражения

$$I_i^{(1)} = \frac{h_i}{6}\left[f(x_{i-1}) + 4f\left(x_{i-1} + \frac{h_i}{2}\right) + f(x_i)\right], \tag{2}$$

$$I_i^{(2)} = \frac{h_i}{12}\left[f(x_{i-1}) + 4f\left(x_{i-1} + \frac{h_i}{4}\right) + 2f\left(x_{i-1} + \frac{h_i}{2}\right) + 4f\left(x_i + \frac{3h_i}{4}\right) + f(x_i)\right]. \tag{3}$$

Формулу (3) можно также получить двукратным применением формулы (2) для отрезков $[x_{i-1}, x_{i-1} + h_i/2]$ и $[x_{i-1} + h_i/2, x_i]$.

Процесс деления отрезка пополам и вычисления уточненных значений $I_i^{(1)}, I_i^{(2)}$ продолжается до тех пор, пока их разность станет не больше некоторой заданной величины δ_i, зависящей от ε и h:

$$\left| I_i^{(1)} - I_i^{(2)} \right| \le \delta_i . \qquad (4)$$

Аналогичная процедура проводится для всех n элементарных отрезков. Величина $I = \sum_{i=1}^{n} I_i$ принимается в качестве искомого значения интеграла. Условия (4) и соответствующий выбор величин δ_i обеспечивают выполнение условия

$$\left| I - \int_a^b f(x)dx \right| \le \varepsilon .$$

Обычно адаптивные алгоритмы достаточно сложны. Однако сочетание рекурсии и известных простых схем интегрирования (формула прямоугольников, трапеций, Симпсона и т. п.) позволяет построить примеры простых и изящных адаптивных алгоритмов интегрирования. Проводя численный эксперимент, можно убедиться в преимуществах таких алгоритмов перед классическими схемами, как в скорости, так и в точности вычислений.

Ханкишиев Закир,
кандидат физико-математических наук
Кязимов Гусейн,
старший преподаватель
Бакинский государственный университет
Нахичеванский государственный университет
hankishiyev.zf@yandex.com

Решение одной нелокальной задачи для линейного дифференциального уравнения параболического типа методом конечных разностей

1. Постановка задачи

В настоящей работе исследуется следующая задача для дифференци-альногоуравнения параболического типа:

пусть требуется найти непрерывную в замкнутой области $\overline{D} = \{0 \le x \le l,\ 0 \le t \le T\}$ функцию $u = u(x,t)$, удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + bu(x,t) + f(x,t),\ 0 < x < l,\ 0 < t \le T, \qquad (1.1)$$

граничным условиям

$$u(0,t) = 0, \quad \int_0^l u(x,t)dx = \mu(t), \qquad 0 \le t \le T, \qquad (1.2)$$

и начальному условию

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad 0 \le x \le l. \qquad (1.3)$$

Здесь $f(x,t),\ \mu(t),\ \varphi(x)$ - известныенепрерывные функции своих аргументов, $a,\ b$ - заданные действительные числа.Отметим, что второе условие в (1.2) есть нелокальное условие, которое представляет определенную трудность при решении этой задачи. В настоящей работе это условие заменяется локальным условием и решению полученной задачи применяется метод конечных разностей.

Предполагается, что задача (1.1)-(1.3) имеет единственное решение, обладающее нужными по ходу изложения производными.

2. Сведение решение задачи (1.1)-(1.3) к решению задачи с локальными граничными условиями

Рассмотрим второе граничное условие в (1.2) и продифференцируем его по переменной t:

$$\int_0^l \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} dx = \mu'(t).$$

Отсюда в силу уравнения (1.1) получим, что

$$\int_0^l \left[a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + bu(x,t) + f(x,t) \right] dx = \mu'(t)$$

или

$$a^2 \left[\frac{\partial u(l,t)}{\partial x} - \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} \right] = \mu'(t) - b\mu(t) - \int_0^l f(x,t) dx.$$

Таким образом, мы решение задачи (1.1)-(1.3) свели к решению уравнения (1.1), удовлетворяющего граничным условиям

$$u(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u(l,t)}{\partial x} - \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = \mu_1(t), \qquad 0 \le t \le T, \tag{2.1}$$

и начальному условию (1.3). Здесь

$$\mu_1(t) = \frac{1}{a^2} \left[\mu'(t) - b\mu(t) - \int_0^l f(x,t) dx \right].$$

3. Разностная задача и решение этой задачи

Разделим отрезок $[0, l]$ оси Ox точками $x_n = nh,\ n = 0,1,2,...,N,\ h = l/N$, на N равных частей, а отрезок $[0,T]$ оси Ot точками $t_j = j\tau,\ j = 0,1,2,...,j_0,\ \tau = T/j_0$, на j_0 равных частей. Определим в области $\overline{D}$ сетку $\overline{\omega}_{h\tau} = \{(x_n, t_j),\ n = 0,1,2,...,N,\ j = 0,1,2,...,j_0\}$. В этой сеточной области $\overline{\omega}_{h\tau}$ задаче (1.1), (2.1), (1.3) сопоставим следующую разностную задачу:

$$\frac{y_n^{j+1} - y_n^j}{\tau} = a^2 \Lambda\left(\sigma y_n^{j+1} + (1-\sigma) y_n^j\right) + b \frac{y_n^{j+1} + y_n^j}{2} + f_n^j,$$

$$n = 1,2,...,N-1,\ \ j = 0,1,2,...,j_0 - 1, \tag{3.1}$$

$$y_0^j = 0, \quad \sigma \frac{y_N^{j+1} - y_{N-1}^{j+1}}{h} + (1-\sigma) \frac{y_N^j - y_{N-1}^j}{h} - \sigma \frac{y_1^{j+1} - y_0^{j+1}}{h} - (1-\sigma) \frac{y_1^j - y_0^j}{h} = \overline{\mu}_1^j,$$

$$j = 0,1,...,j_0 - 1, \tag{3.2}$$

$$y_n^0 = \varphi(x_n), \quad n = 0,1,2,...,N. \tag{3.3}$$

Здесь σ - действительный параметр и $\Lambda y_n^j = \dfrac{y_{n-1}^j - 2y_n^j + y_{n+1}^j}{h^2}$.

Доказано, что разностная задача (3.1)-(3.3) при $\sigma = \dfrac{1}{2}$ аппроксимирует задачу (1.1), (2.1), (1.3) с точностью $O(h^2 + \tau^2)$. При $\sigma = \dfrac{1}{2}$ функция $\overline{\mu}_1^j$ определяет-ся равенством

$$\overline{\mu}_1^j = \frac{1}{a^2}\left[\mu'\left(t_j + \frac{\tau}{2}\right) - b\mu\left(t_j + \frac{\tau}{2}\right) - \int_0^l f\left(x, t_j + \frac{\tau}{2}\right)dx\right].$$

В настоящей работе дан алгоритм решения построеннойразностной задачи методом прогонки и определены условия корректности и устойчивости метода.

Шарифов Ягуб,
доктор математических наук, профессор
Бакинский государственный университет
sharifov22@rambler.ru

Необходимое условие оптимальности для дискретных управляемых систем Гурса-Дарбу с нелокальными условиями.

Пусть $Q = [0,T] \times [0,l]$ прямоугольник. На Q введем произвольная прямоугольная сетка состоящая из точек (t_i, s_j); $0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_N = T$, $0 = s_0 < s_1 < \ldots < s_M = L$.

Пусть на этом сетке задана следующая разностная уравнения

$$\Delta_i(\Delta_j z_{ij}) = \frac{1}{\Delta t_i \Delta s_j} F_{ij}\left(z_{ij}, \Delta_i z_{ij}, \Delta_j z_{ij}, u_{ij}\right) \tag{1}$$

с граничными условиями

$$\sum_{i=0}^{t_\alpha - 1} \Delta t_i z_{i+1j} = \varphi_j, \quad j = \overline{0,M} \ ; \quad \sum_{j=0}^{s_\beta - 1} \Delta s_j z_{ij+1} = \psi_i, \quad j = \overline{0,N} \tag{2}$$

где $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$, $\Delta s_j = s_{j+1} - s_j$, $\Delta_i z_{ij} = \dfrac{z_{i+1j} - z_{ij}}{\Delta t_i}$,

$\Delta_j z_{ij} = \dfrac{z_{ij+1} - z_{ij}}{\Delta s_j}$, $\Delta_i(\Delta_j z_{ij}) = \dfrac{z_{i+1j+1} - z_{ij+1} - z_{i+1,j} - z_{ij}}{\Delta t_i \Delta s_j}$; $t_\alpha \le t_N$, $s_\beta \le s_M$.

Пусть на решениях системы (1), (2) требуется минимизироват функционал

$$I([u_{ij}]) = \Phi(z_{oo}, z_{NM}) \ , \tag{3}$$

$$[u_{ij}] = (u_{ij}),\ i = \overline{0, N-1};\ j = \overline{0, M-1}; \quad u_{ij} \in V_{ij},\ ij = \overline{0, N-1},\ j = \overline{0, M-1} \tag{4}$$

Предпологается, что $z_{ij} = (z_{ij}^1, z_{ij}^2, \ldots, z_{ij}^n)$, $u_{ij} = (u_{ij}^1, \ldots, u_{ij}^2)$; функции $F_{ij} = (F_{ij}^1, \ldots, F_{ij}^n)$, Φ известны, V_{ij} $i = 0,1,\ldots,N-1$, $j = 0,1,\ldots,M-1$ -заданные множества из E^r; сеточные функции $\varphi_j, j = \overline{0,M}$, $\Psi_i, i = \overline{0,N}$ заданы.

При условиях разрещимости задачи (1)-(2) функционал (3) представляет собой функцию MNr переменных. Если функции F_i и Φ достаточно гладкие, множества V_{ij}, замкнуты и ограничены в E^r, $i = 0,1,\ldots,N-1$, $j = 0,1,\ldots,M-1$, то задачу (1)-(4) можно рассматривать как задачу нелинейного программирования, и для приближенного решения задачи (1)-(4) могут быть использованны различные методы минимизации.

Теорема. Пусть функции F_{ij}, Φ и их частные производные непрерывны и удовлетворяют условию Липщица по совокупности совокупности своих аргументов.

Тогда функционал (3) при ограничениях (1), (2), (4) непрерывен и дифференцируем в норме $L_2^r([0,N]\times[0,M])$, причем его градиент $I'([u_{ij}])$ представим в виде.

$$I'([u_{ij}])=\left\{\frac{1}{\Delta t_i \Delta s_j} H_{iju}(z_{ij},\Delta_i t_{ij},\Delta_i z_{ij},u_{ij},\psi_{ij})\ \ i=\overline{0,N-1};\ \ j=\overline{0,M-1}\right\}\in$$

$$\in\ L_2^r([0,N]\times[0,M])$$

где $H_{ij}(z_{ij},\Delta_i z_{ij},\Delta_j z_{ij},u_{ij},\Psi_{ij})=\left\langle \Psi_{ij},F_{ij}\left(z_{ij},\Delta_i z_{ij},\Delta_j z_{ij},u_{ij}\right)\right\rangle$;

вектор функция $\lfloor \Psi_{ij}\rfloor=\left(\Psi_{ij}\right),\ i=\overline{0,N-1};\ j=\overline{0,M-1}$ определяется как решение системы сопряженного уравнения:

$$\Psi_{ij}=\left\{t_\alpha^{-1}s_\beta^{-1}t_i s_j\delta_{t_\alpha}^{-}\delta_{s_\beta}^{-}+t_\alpha^{-}t_i\delta_{s_\beta}^{+}\delta_{t_\alpha}^{-}+s_p^{-1}s_j\delta_{s_\beta}^{-}\delta_{t_a}^{+}-\delta_{t_\alpha}^{+}\delta_{s_\beta}^{+}\right\}\times$$

$$\times\left(\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{M-1}H_{y_{ij}}+\Phi_{y_{NM}}\right)+\left\{t_\alpha^{-1}s_\beta^{-1}t_i s_j\delta_{t_\alpha}^{-}\delta_{s_\beta}^{-}-t_\alpha^{-1}t_i\delta_{s_\beta}^{+}\delta_{t_\alpha}^{-}-\right. \tag{5}$$

$$\left.-s_\beta^{-1}s_j\delta_{s_\beta}^{-}\delta_{t_a}^{+}+\delta_{t_a}^{-}\delta_{s_\beta}^{-}\right\}\Phi_{y_{oo}}+\left\{s_\beta^{-1}s_j\delta_{s_\beta}^{-}+\delta_{s_\beta}^{+}\right\}\left(\sum_{j=0}^{M-1}\frac{1}{\Delta t_i}H_{p_{ij}}-\right.$$

$$\left.-\sum_{j=0}^{M-1}\sum_{i_1=0}^{i}H_{y_{i,s}}\right)+\left\{t_\alpha^{-1}t_i\delta_{t_\alpha}^{-}+\delta_{t_\alpha}^{+}\right\}\left(\sum_{i=0}^{N-1}\frac{1}{\Delta s_j}H_{q_{ij}}-\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j_1=0}^{j}H_{y_{ij_1}}\right)+$$

$$+\sum_{i_1=0}^{i}\sum_{j_1=0}^{j}H_{y_{i_1,j_1}}-\frac{1}{\Delta t_i}\sum_{j_1=0}^{j}H_{p_{ij_1}}-\frac{1}{\Delta s_j}\sum_{i_1=0}^{i}H_{q_{i_1 j}}\ ,$$

$$\delta_{t_\alpha}^{+}=\begin{cases}1 & t_i\le t_\alpha\\ 0 & t_i>t_\alpha\end{cases}\qquad \delta_{t_\alpha}^{-}=\begin{cases}0 & t_\alpha<t_i\\ 1 & t_\alpha\ge t_i\end{cases}\qquad i=\overline{0,N-1}$$

$$\delta_{s_\beta}^{+}=\begin{cases}1 & s_j\le s_\beta\\ 0 & s_j>s_\beta\end{cases}\qquad \delta_{s_\alpha}^{-}=\begin{cases}0 & s_j>s_\beta\\ 1 & s_j<s_\beta\end{cases}\qquad j=\overline{0,M-1}$$

Эйвазов Эльшад,
доктор математических наук, профессор
Бакинский государственный университет
eyvazovelshad@gmail.com

О существенном спектре магнитного оператора Шредингера в неограниченных областях

Пусть состоявшая из двух кусков S_1 и S_2 замкнутая ограниченная гладкая двухсторонняя поверхность $S=S_1\cup S_2$, разбивает пространство R^n в разные области Ω_d и Ω_e: Ω_d -

внутренняя по отношению к данной поверхности, Ω_e - внешняя по отношению к данной поверхности и содержащая бесконечно удаленную точку. Для обеих областей Ω_d и Ω_e данная поверхность S является границей.

С помощью электромагнитного выражения Шредингера

$$l_{a,q} = -\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial x_k} + ia_k(x)\right)^2 + q(x) \qquad (1)$$

и граничных условий построим оператор H_e^0, где $a(x) = (a_1(x), a_2(x), ..., a_n(x))$ и $q(x)$ магнитные и электрические потенциалы, соответственно.

За область определения $D(H_e^0)$ оператора H_e^0 берем бесконечно дифференцируемые функции $\psi(x)$ определенные в Ω_e с компактными носителями, удовлетворяющие на поверхности S_1 условию Дирихле, а на поверхности S_2 условию Пуанкаре, т.е

$$\left.\frac{\partial \psi}{\partial n} - \sigma(x)\psi\right|_{S_2} = 0,$$

где n - внешняя нормаль к поверхности S_2, а $\sigma(x)$- непрерывная функция на S_2. Действия этого оператора на функции $\psi(x)$ из $D(H_e^0)$ определим с помощью выражения (1), т.е положим: $H_e^0\psi = l_{a,q}\psi(x)$. Замыкание этого оператора в пространстве $L_2(\Omega_e)$ обозначим через H_e, т.е $\overline{H_e^0} = H_e$.

Пусть вещественные магнитные и электрические потенциалы удовлетворяют следующим условиям:

1) функции $a_k(x)(k = 1,2,...,n)$ и $q(x)$ локально ограничены в R^n;

2) существует положительное число μ такое, что

$$\lim_{x\to\infty} \int_{|x-y|<1} |a_k(x)|^\mu dx = 0 \; (k = 1,2,...,n) \quad \text{и} \quad \lim_{x\to\infty} \int_{|x-y|<1} |Q(x)|^\mu dx = 0 \;,$$

где

$$Q(x) = q(x) - i\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial a_k(x)}{\partial x_k} + \sum_{k=1}^{n} a_k^2(x);$$

3) а) при $n = 1,2,3$.

$$\sup_{x\in\Omega_e} \int_{|x-y|<1} |a_k(x)|^2 dx < +\infty \; (k = 1,2,...,n) \quad \text{и} \quad \sup_{x\in\Omega_e} \int_{|x-y|<1} |Q(x)|^2 dx < +\infty \;,$$

б) при $n > 3$. Существует положительное число ε такое, что

$$\sup_{x\in\Omega_e} \int_{|x-y|<1} \frac{|a_k(x)|^2}{|x-y|^{n-4+\varepsilon}} dx < +\infty \; (k = 1,2,...,n)$$

и

$$\sup_{x\in\Omega_e} \int_{|x-y|<1} \frac{|Q(x)|^2}{|x-y|^{n-4+\varepsilon}} dx < +\infty \;.$$

Отметим, что условие 3) называется условием Штуммеля.

Теорема. *Пусть магнитные и электрические потенциалы удовлетворяют условиям 1)-3). Тогда существенный спектр оператора H_e состоит из всех неотрицательных чисел, т.е* $\sigma_{ess}(H_e) = [0, +\infty)$.

Юсубов Шакир,
доктор наук по математике, доцент
Бакинский государственный университет
yusubov_sh@mail.ru

Необходимые условия оптимальности для динамическихсистем дробного порядка

Данная работа посвящена исследованию задачи оптимального управления для систем дробного порядка.

Пусть управляемый процесс на отрезке времени $T = [t_0, t_1]$описывается системой дробного порядка

$$ {}_{t_0}^{C}D_{t_1}^{\alpha} x(t) = f\big(t, x(t), u(t)\big), \qquad (1)$$

$$ x(t_0) = x_0 \,, \qquad (2)$$

где $x \in R^n$-вектор состояния системы, $u \in R^r$-вектор управления, $f(t, x, u) -$ заданная n-мерная вектор-функция, $x_0 \in R^n$-заданная точка. ${}_{t_0}^{C}D_{t_1}^{\alpha}$-оператор дробного дифференцирования, $\alpha \in (0, 1]$. Дробную производную будем понимать как левостороннюю дробную производную Капуто. В качестве множества допустимых управлений берем множество кусочно-непрерывных r-мерных вектор-функцийй$u(t), t \in T$ принимающих значения из заданного непустого открытого множества V:

$$u(t) \in V \subset R^r, t \in T.$$

Задача заключается в минимизации функционала

$$S(u) = \varphi(x(t_1)) + \int_{t_0}^{t_1} F(\ t, x(t), u(t))dt$$

определенного на решениях системы (1),(2), порожденных всевозможными допустимыми управлениями, где $\varphi(x)$ и $F(t, x, u)$-заданные скалярные функции.

При некоторых ограничениях на данные задачи получены аналог уравнения Эйлера, условия Лежандра- Клебша, а также необходимые условия оптимальности для особых в классическом смысле управлений.

Ягубов Мамед,
доктор физико-математических наук, профессор
Бакинский государственный университет
yaqubov_mamed@mail.ru

О решении одной задачи управления для уравнения третьего порядка с распределенным и стартовым управлениями

Постановка задачи. Пусть процесс в $Q = \{0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le t_1\}$ описывается начально-краевой задачей

$$\beta z_{tt} + z_t - \varepsilon z_{xxt} - z_{xx} = u(x,t)\,, \tag{1}$$

$$z(x,0) = 0,\ z_t(x,0) = v^1(x),\ 0 < x < 1, \tag{2}$$

$$z(0,t) = z(1,t) = 0,\ 0 < t < t_1),\, \tag{3}$$

где β, ε - положительные постоянные, $u(x,t)$ распределенное управление, $v^1(x)$ - стартовое управление, причем в качестве допустимых управлений берется $u(x,t) \in L_2(Q),\ \ v^1(x) \in L_2(0,1)$.

Требуется найти такие $u(x,t), v^1(x)$, для которых, соответствующее им решение $z(x,t)$ задачи (1)-(3), удовлетворяло условию

$$z(x,t_1) = \varphi(x) \tag{4}$$

и функционал

$$J(u,v^1) = \iint_Q u^2(x,t)dtdx + \alpha_1 \int_0^1 (v^1(x))^2 dx,\ \alpha_1 > 0 \tag{5}$$

принимал минимальное значение.

Основные результаты. В работе сначала методом Фурье получено представление решения задачи (1)-(3) в виде

$$z(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{l_2(k) - l_1(k)} \left\{ \int_0^1 v^1(\xi)\left[e^{l_2(k)t} - e^{l_1(k)t}\right] \sin \pi k \xi d\xi + \right.$$

$$\left. + \frac{\sqrt{2}}{\beta} \int_0^t \left[e^{l_2(k)(t-s)} - e^{l_1(k)(t-s)}\right] u_k^{(s)} ds \right\} \sin \pi k x, \tag{6}$$

где $l_1(k), l_2(k)$ - корни уравнения

$$\beta l^2 + (1 + \varepsilon k^2 \pi^2) l + k^2 \pi^2 = 0\,,$$

$$u_k(t) = \sqrt{2} \int_0^1 u(x,t) \sin \pi k \xi d\xi\ .$$

Доказывается равномерная сходимость ряда (6), рядов, полученных дифференцированием по t и по x. Далее, задача определения минимума функционала (5) при условии (4) сводится к задаче на условный экстремум и получено решение этой задачи в виде равномерно сходящегося ряда $\sum_{k=1}^{\infty} \tilde{u}_k^2(t)$ и сходящего числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty} (\tilde{v}^1)^2$, где

$$\tilde{u}_k^2(t) = \frac{\alpha_1^2 \beta^2 (l_2(k) - l_1(k))^2 \varphi_k^2 A_k^2(t)}{\left[2\alpha_1 \int_0^{t_1} A_k^2(t)dt + \beta^2 C_k^2\right]^2},\ \ \tilde{v}_k^1 = \frac{\beta^2 (l_2(k) - l_1(k)) \varphi_k C_k}{D_k}\,,$$

$$A_k(t) = e^{l_2(k)(t_1 - t)} - e^{l_1(k)(t_1 - t)},\ C_k = A_k(0)\,,\ \ \varphi_k = \sqrt{2} \int_0^1 \varphi(x) \sin \pi k x dx\,,$$

$$D_k = 2\alpha_1 \int_0^{t_1} A_k^2(t)dt + \beta^2 C_k^2\,.$$

Mohammad Jahanshahi,
professor
Azarbaijan Shahid Madani University
mjahanshahi1554@gmail.com

Extension and development of different non-Newtonian calculus in order to solve different differential and difference equations based on Professor Nihan Aliev's approaches

Abstracts:

In this paper, at first we review Newtonian calculus and some Non- Newtonian calculus's which introduced and extended in recent years. These creations and generalizations have been done by several mathematicians to reach to different goals.

Then we centralize to discuss Professor Nihan Aliev's approaches. After that we give his ideas and methods to obtain invariant functions with respect to related derivative and calculus. We will use these invariant functions to solve several and different differential and difference equations.

Introduction:

Additive calculus (or classical calculus) was introduced in the 17^{th} century. This calculus is called Newtonian calculus sometimes. This calculus and its beautiful result differential equations modeled and solved many physical and engineering problems in 18,19,20 centuries [1,2]. The problems which are solved by this continuous calculus are appeared in continuous spaces with continuous variables.

However, there are several problems in economy and natural phenomena need to use the others and different calculus's for solving these problems. To provide this, some discrete and continuous additive and multiplicative calculi were introduced by mathematicians. In 1972, M. Grossman and R. Katz introduced a new calculus. Afterward this calculus was called Non-Newtonian calculus (or geometric and bigeometric calculus) [3,4]. After that, D. Stanely in [5] and A.E.Bashirov et all in [6] extended the multiplicative calculus in continuous case.

On the other hand, professor N. Aliev in [9] studied the additive calculus in discrete case. They introduced additive discrete calculus and gave some basic formula for discrete additive derivative and integration.

After that, N.Aliev and M. Jahanshahi et all in [10],[12],[13] presented the multiplicative calculus in discrete and continuous cases.

They also introduce the invariant functions for discrete and continuous multiplicative derivatives. By using these multiplicative invariant functions, they solved linear and nonlinear difference and differential equations. [14]

They also extend the analytical and numerical methods for solving linear and nonlinear difference and differential equations via multiplicative calculus's

To study and improve the analytical and numerical methods for solving difference equations, in this paper, we will give some ideas of professor Nihan. Aliev about the creation of the above mentioned calculuses and then we will use these ideas to extend Non- Newtonian calculuses such as multiplicative and powerative calculuse in continuous and discrete cases separately

Мусаева Матанат,
доктор философии по математике
Азербайджанский государственный педагогический университет
musayeva08@inbox.ru

Математическая модели противоборства

Ниже исследуется игровая математическая модель противоборства, разработаны алгоритмы оценки стратегий сторон игры и численного нахождения оптимальных стратегий. Дается анализ главных целей нападения и физической защиты безопасности объектов, разработана математическая модель этой системы и на основе этой модели дана оценка эффективности стратегий сторон. При этом система нападения и защита объектов рассматривается как сложная система с многокритериальным поведением. Ресурсы «нападения и защита» считаются ограниченными. Для нападения выигрышем считается преодоления всех средств защиты. Выигрыш нападения есть проигрыш защиты и наоборот.

Пусть нападение имеет n типов средств нападения, всего в количества N и его территория для размещения этих средств разбита на $к$ частей. Пусть охраняемая территория разбита на l частей и для защиты этой территории выделены m типов средств зашиты в общем количестве M. Допустим, что из i-го типа средства защиты в j-ой участке территории, потребуется в количестве y_{ij}, $i=1,2,\dots m$, $j=1,2,\dots, l$. Стоимость одного i-го типа средств зашиты в j-ом участке охраняемой территорий обозначим через c_{ij}, $i=1, 2,\dots,m$, $j=1,2,\dots,l$. Пусть p_{ij}- вероятность безотказной работы i-го типа элемента в j-ом участке территорий зашиты.

Аналогично предположим, что из i-го типа средства нападения в j-ой участке его территории, размещаются в количестве x_{ij}, и цена одного i-го типа средств в этом участке территории нападения есть s_{ij}, $i=1, 2,\dots,n$, $j=1,2,\dots, k$. Pесурсы потраченные на средства зашиты выражается функцией $F_1(y) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} c_{ij}\, y_{ij}$, которую необходимо рассматривать на множестве $Y_1=\{y = y_{ij},\ y_{ij} \geq 0,\ i=1,2,\dots,m,\ j=1,2,\dots,l,\ \sum_{j=1}^{l} \sum_{i=1}^{m} y_{ij} = M\}$. На средства нападения будут потрачены ресурсы выражаемой функцией, $G_1(x) = \sum_{j=1}^{l} \sum_{i=1}^{k} s_{ij}\, x_{ij}$ которую необходимо рассматривать на множестве $X_1=\{x = x_{ij} :, \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{k} x_{ij} = N,\ x_{ij} \geq 0,\ i=1,2,\dots,n,\ j=1,2,\dots, k, \}$.

Общая надежность системы защиты будет выражаться функцией $F_2(y) = \prod_{i=1}^{m} \prod_{j=1}^{l} \{1 - [1 - p_{ij}]^{y_{ij}}\}$, которую необходимо рассматривать на множестве $Y_2 =\{\ x=x_{ij}:\ \sum_{i=1}^{m} v_{ij} y_{ij} \leq d_j,\ \sum_{j=1}^{l} u_{ij} y_{ij} \leq f_i,\ y_{ij} \geq 0,\ i=1,2,\dots m,\ j=1,2,\dots l\ \}$, где v_{ij}, u_{ij}-заданные характеристики элемента средства защиты i-го типа используемой в j-ой части объекта, d_i, f_j– заданные числа. Функция $F_2(y)$ является не вогнутой и не выпуклой функцией на этом множестве.

Пусть $r_{ij}(t)$- вероятность безотказной работы i-го типа элемента-средства в j-ом участке территорий нападения в течении определенного времени. Согласно выше изложенному, общая надежность всех элементов нападения будет выражаться функцией $G_2(x)=\prod_{i=1}^{k} \prod_{j=1}^{l} \{1 - [1 - r_{ij}]^{x_{ij}}\}$. Цели нападения является максимизация эту функцию на множестве $X_2 =\{\ x=x_{ij}:\ \sum_{i=1}^{n} w_{ij} x_{ij} \leq a_j,\ \sum_{j=1}^{k} \omega_{ij} x_{ij} \leq b_i,\ x_{ij} \geq 0,\ i=1,2,\dots n,\ j=1,2,\dots k\ \}$, где w_{ij}, ω_{ij}- заданные характеристики i-го типа средства нападения использованной в j-ой его территории, a_i, b_j – заданные числа. Множество X_2 задано линейными ограничениями, поэтому оно является многогранником в конечномерном пространстве.

Пусть q_{ij}-вероятность достоверного обнаружения нарушителя в j-ом участке территории с помощью i-го типа средств защиты. Тогда вероятность достоверного обнаружения нарушителя в всех участках объекта всеми средствами зашиты будет$F_3(y)$

$= \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} q_{ij}y_{ij}$, которую надо рассматривать на множестве: $Y_3=\{y=y_{ij}: 0 \le \sum_{j=1}^{l} \sum_{i=1}^{m} q_{ij}y_{ij} \le 1, \sum_{j=n}^{l} \sum_{i=1}^{m} y_{ij}=M,\ y_{ij} \ge 0$, i=1, 2,…,m; j=1,2,…,l }.

Пусть величина ρ_{ij} есть вероятность преодоления одним i-м средством нападения одного j-го средства защиты. Вероятность $G_3(x_i,y_j)$ -преодоления всех средств защиты средствами нападения будем считать выигрыш нападения. Поэтому $W(x_i,y_j)= \prod_{j=1}^{m}\{ 1 - \prod_{i=1}^{n}[1-(1-\rho_{ij})^{x_i}]^{y_j}\}$ взаимодействие нападения –защита выражается максимизацией по x и минимизацией по y на множестве $V=\{(x,y)=(x_i,y_j): , \sum_{j=1}^{n} y_j=M, \sum_{i=1}^{m} x_i = N, x_i \ge 0,\ y_j \ge 0$, i=1,2,…,m, j=1,2,…,n,}.

-Для расчета экономической рациональности «нападения»:

$G_1(x) = \sum_{j=1}^{l} \sum_{i=1}^{k} s_{ij} x_{ij} \to min$, на $X_1=\{x = x_{ij} : \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} x_{ij} =N,\ x_{ij} \ge 0$, $j=1,2,\ldots,k,\ i=1,2,\ldots,n, \}$

- Для расчета технической надежности средств «нападения» :

$G_2(x) = \prod_{i=1}^{n} \prod_{j=1}^{k}\{1-[1-r_{ij}]^{x_{ij}}\} \to max$ на множестве X_2.

-Для расчета экономической рациональности «защиты»

$F_1(y) = \sum_{j=1}^{l} \sum_{i=1}^{m} c_{ij}\, y_{ij} \to min$, на множестве Y_1

- Для расчета технической надежности средств «защиты»

$F_2(y) = \prod_{i=1}^{m} \prod_{j=1}^{l}\{1-[1-p_{ij}(t)]^{y_{ij}}\} \to \max$ на множестве Y_2

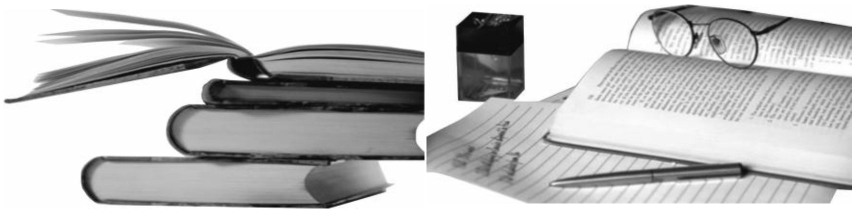
- Для расчета достоверного обнаружения нарушителя средствами «защита» в ее территории:

$F_3(y) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} q_{ij}\, y_{ij} \to \max$ на множестве Y_3

- По части взаимодействия подсистем «нападения» и «защита», необходимо решить максиминную задачу по игровой модели «нападения -защита»:

$W(x,y)= \prod_{i=1}^{m}\{ 1 - \prod_{j=1}^{n}[1-(1-\rho_{ij})^{x_i}]^{y_j}\} \to max_x\ min_y$ на множестве V

Для перечисленных задач доказаны теоремы существования и необходимые условия оптимальности. На модельных примерах проведены численные расчеты.



Konfrans materialları Lənkəran Dövlət Universtetinin
mətbəəsində çap olunmuşdur

Yığıma verilmişdir: 20.12.2018
Çapa imzalanmışdır: 25.12.2018

Kağızın formatı: $64 \times 84^{1/8}$
Çap vərəqi: 18 c.v., tiraj: 100
Çap ofset üsulu ilə.

Ünvan: Az 4200, Lənkəran səhəri, General Həzi Aslanov xiyabanı 50
Tel: (+994) 25-25-5-25-21
e-mail: elmi_tezis@lsu.edu.az
www.lsu.edu.az